

**ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИЧЕСКОМУ  
МОДЕЛИРОВАНИЮ – 2022**

---

Государственная корпорация по атомной энергии «Росатом»

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования “Национальный исследовательский Мордовский  
государственный университет имени Н.П. Огарёва”

**Отчет о результатах произведенного расчета  
Задача №Тепло1**

Выполнил(а):  
Казакова Ирина  
Сергеевна

2022 год

## Введение

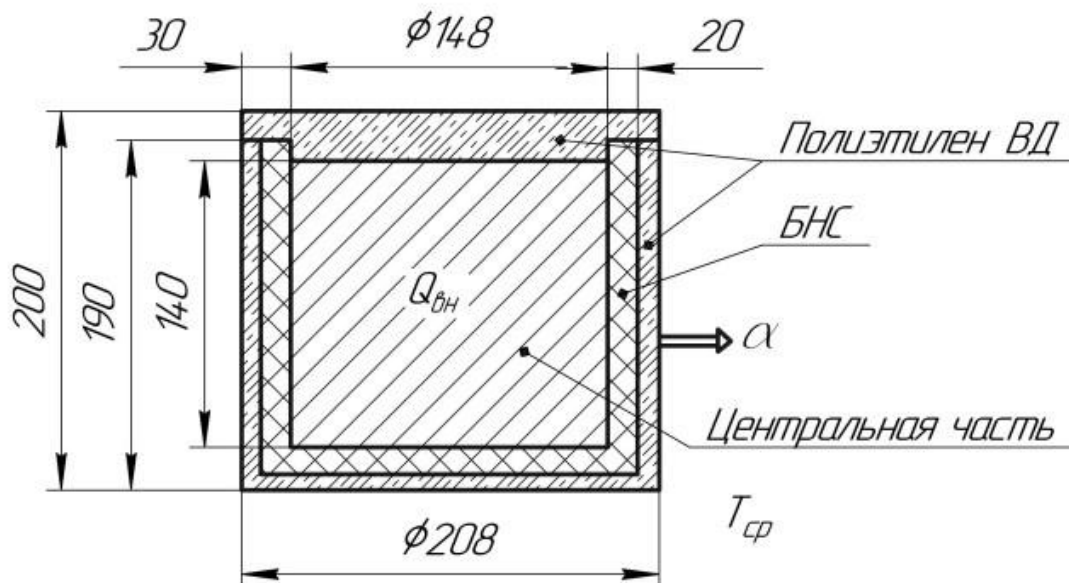
В процессе прохождения обучения в рамках олимпиады ВОММ-2022 мною была выбрана задача из модуля ЛОГОС.Тепло, поскольку решение практических задач из области термодинамики имеет важное значение для различных отраслей промышленности. Также меня привлекла подача материала в рамках обучения работе с данным модулем.

## Постановка задачи

Передо мной была поставлена следующая задача.

### Вариант 1

Рассматривается нестационарная задача расчета поля температур, формирующегося при остывании контейнера, предназначенного для перевозки радиоактивных отходов. Изделие цилиндрической формы с внутренним источником энерговыделения. Размеры конструкции (мм) представлены на рисунке (вид сбоку).



Теплофизические характеристики центральной части соответствуют теплофизическим характеристикам Сталь 20.

Энерговыделение центральной части  $Q_{вн}=8000$  Вт/м<sup>3</sup>, коэффициент эффективной теплоотдачи в окружающую среду  $\alpha=10$  Вт/К·м<sup>2</sup>, температура внутри  $T=50^{\circ}\text{C}$ , на внешней границе контейнера  $T_{ср}=50^{\circ}\text{C}$ .

### Теплофизические свойства материалов

Материал	$\rho$ , кг/м <sup>3</sup>	$C_v$ , Дж/(кг·К)	$\lambda$ , Вт/м·К
Полиэтилен ВД	922	2850	0,29
БНС	920	1930	0,121
Сталь 20	7870	448	52

#### Параметры времени

- Конечный момент времени – 3600(с);
- Шаг по времени -60(с).

#### Необходимо:

1. Построить зависимости температуры от времени для слоев изделия (для трех разных материалов) в произвольно взятых точках.
2. Определить тепловой поток через внешнюю грань конструкции.
3. Построить изотермические линии температурных полей на моменты времени: 900, 1800, 3600 секунд.

### Теоретическая часть

Имеем нестационарную задачу расчёта поля температур, формирующегося при остывании многослойного контейнера цилиндрической формы.

*Термодинамическая система* – контейнер вместе с его содержимым, а также пространство снаружи контейнера.

*Основные параметры состояния*, фигурирующие в данной задаче: температура внутри  $T$  и на внешней границе контейнера  $T_{ср}$ , плотность  $\rho$  всех трёх материалов, а также объёмы частей контейнера  $V_i$ , которые мы можем вычислить согласно приведённому чертежу.

*Процесс* – изменение поля температур контейнера для перевозки радиоактивных отходов.

В данной задаче фигурируют такие механизмы подвода тепла к среде, как *теплопроводность* (между слоями контейнера, за счёт энерговыделения центральной части) и *конвекция* (между наружной поверхностью контейнера и окружающей средой, за счёт возникающей с течением времени разницы температур).

Поскольку начальная температура контейнера и температура окружающей среды совпадают и при этом присутствует энерговыделение центральной части, то, очевидно, по прошествии 3600 с = 1 часа температура различных частей контейнера изменится по-разному.

Основным уравнением для данной задачи будет уравнение теплопроводности, которое выводится из первого начала термодинамики и закона Фурье для потока тепла. Поскольку коэффициент теплопроводности  $\lambda_i$  для каждого материала – постоянный, то уравнение теплопроводности для каждого материала примет вид:

$$C_{Vi}\rho_i * \frac{\partial T_i}{\partial t} = \lambda_i * \nabla^2 T_i + q_{Vi}, \quad i = 0,1,2.$$

Здесь  $i = 0$  обозначает материал полиэтилен ВД,  $i = 1$  – БНС,  $i = 2$  – сталь 20;  $\lambda_i$  – коэффициент теплопроводности  $i$ -го материала;  $C_{Vi}$  – удельную теплоёмкость  $i$ -го материала;  $\rho_i$  – плотность  $i$ -го материала;  $T_i$  – температуру  $i$ -го материала;  $q_{Vi}$  – объёмное энерговыведение для участка контейнера из  $i$ -го материала:  $q_{V0} = 0$ ,  $q_{V1} = 0$ ,  $q_{V2} = Q_{\text{вн}}$ .

Поскольку задача нестационарная, то мы должны к уравнению теплопроводности добавить начальные и граничные условия. Начальное условие нам дано – температура внутри контейнера при  $t = 0$  равна  $T = 50^\circ\text{C}$ . Также имеется граничное условие первого рода – температура на внешней границе контейнера  $T_{\text{ср}} = 50^\circ\text{C}$ .

Говоря о конвекции, справедлив закон Ньютона-Рихмана:

$$\delta Q = \alpha * (T_{\text{конт}} - T_{\text{ср}}) dS dt,$$

где  $\delta Q$  – количество теплоты, передаваемое от контейнера к среде через площадку  $dS$  за время  $dt$ ;  $\alpha$  – коэффициент эффективной теплоотдачи в окружающую среду (он дан в условии).



## Выбранные параметры и обоснование

Теперь приведём полный процесс решения данной задачи с использованием модулей ЛОГОС.Тепло и ЛОГОС.Прочность ПП “ЛОГОС”.

### 1. Создание расчётной области в ЛОГОС.Прочность

Сначала создаём модель ЛОГОС.Прочность в дереве проекта.

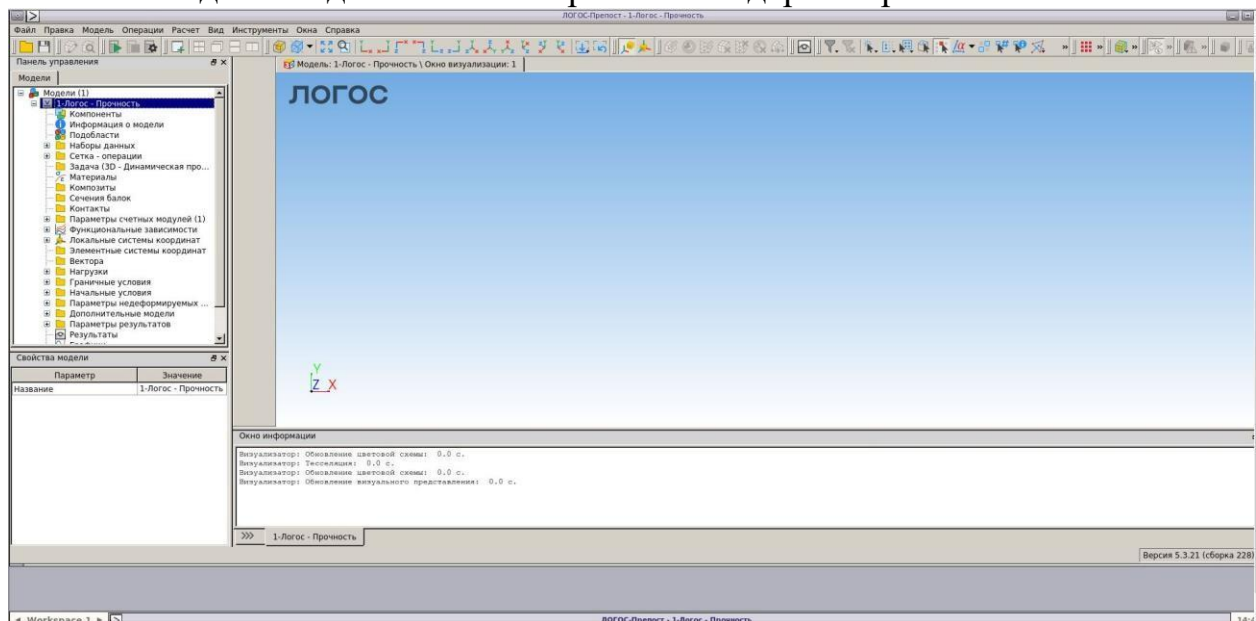


Рисунок 1.1. Начало создания геометрии и сетки в ЛОГОС.Прочность

Компоненты мы будем создавать в соответствии с приведённым чертежом. Для удобства далее все величины будут заданы в СИ.

Далее в разделе “Компоненты” выбираем пункт выпадающего меню Операции → Операции с геометрией → Создание тел → Создание тела: цилиндр. В предложенном меню указываем размеры внешнего цилиндра: высота =  $200 \cdot 10^{-3}$  м, радиус =  $104 \cdot 10^{-3}$  м, базовая точка –  $[0, 0, 0]$  (т.е. центр нижней грани внешнего цилиндра будет расположен в начале координат), целевой компонент – новый (этот пункт будем оставлять в таком формате для всех компонентов, созданных позднее).

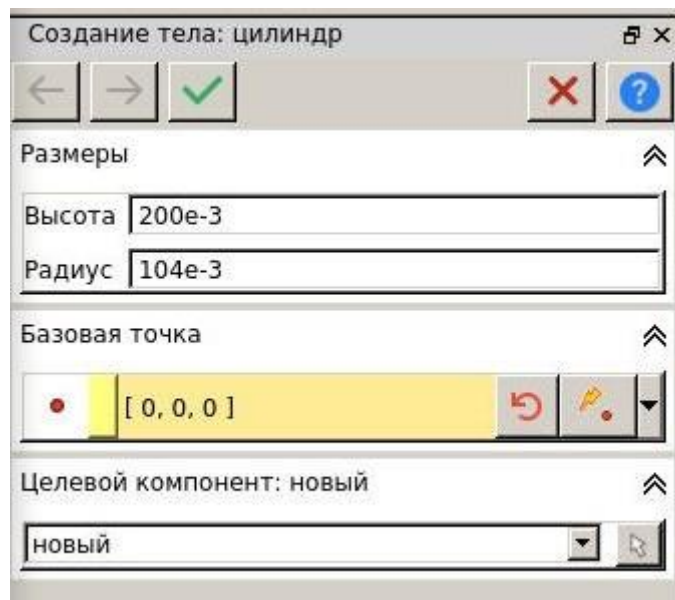


Рисунок 1.2. Параметры внешнего цилиндра в ЛОГОС.Прочность

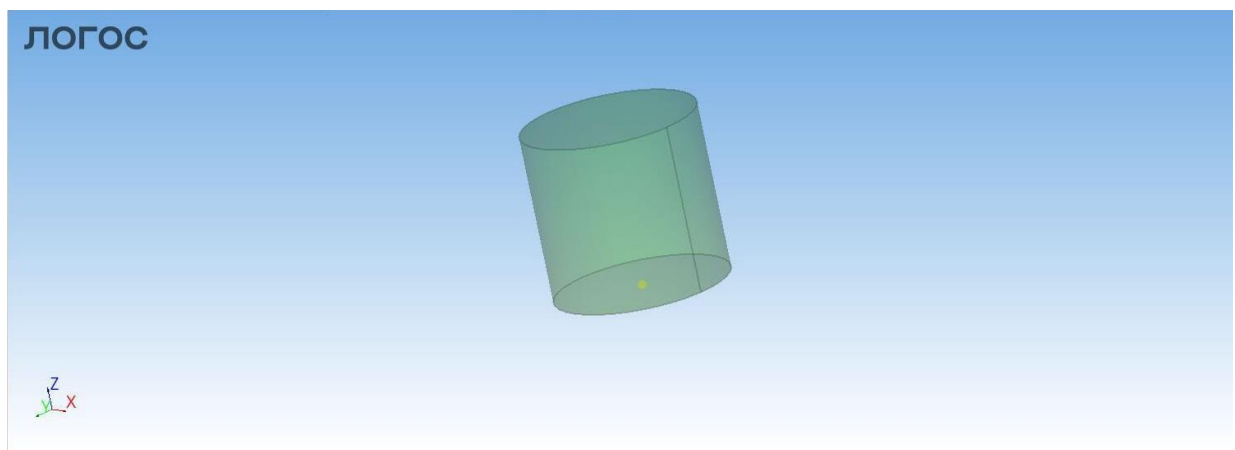


Рисунок 1.3. Изображение внешнего цилиндра в окне визуализации в ЛОГОС.Прочность

Теперь последовательно создадим средний цилиндр, внутренний цилиндр, а также верхнюю и нижнюю части крышки контейнера.

Создание тела: цилиндр

← → ✓ ✕ ?

Размеры

Высота

Радиус

Базовая точка

•  ↶ ↷ xyz

Координаты

X:

Y:

Z:

Целевой компонент: новый

▾ ↶

Рисунок 1.4. Параметры среднего цилиндра в ЛОГОС.Прочность

Создание тела: цилиндр

← → ✓ ✕ ?

Размеры

Высота

Радиус

Базовая точка

•  ↶ ↷ xyz

Координаты

X:

Y:

Z:

Целевой компонент: новый

▾ ↶

Рисунок 1.5. Параметры внутреннего цилиндра в ЛОГОС.Прочность

Создание тела: цилиндр

← → ✓ ✕ ?

Размеры

Высота

Радиус

Базовая точка

• [ 0, 0, 0.19 ] ↺ ↻ XYZ

Координаты

X:

Y:

Z:

Целевой компонент: новый

Рисунок 1.6. Параметры верхней части крышки контейнера в ЛОГОС.Прочность

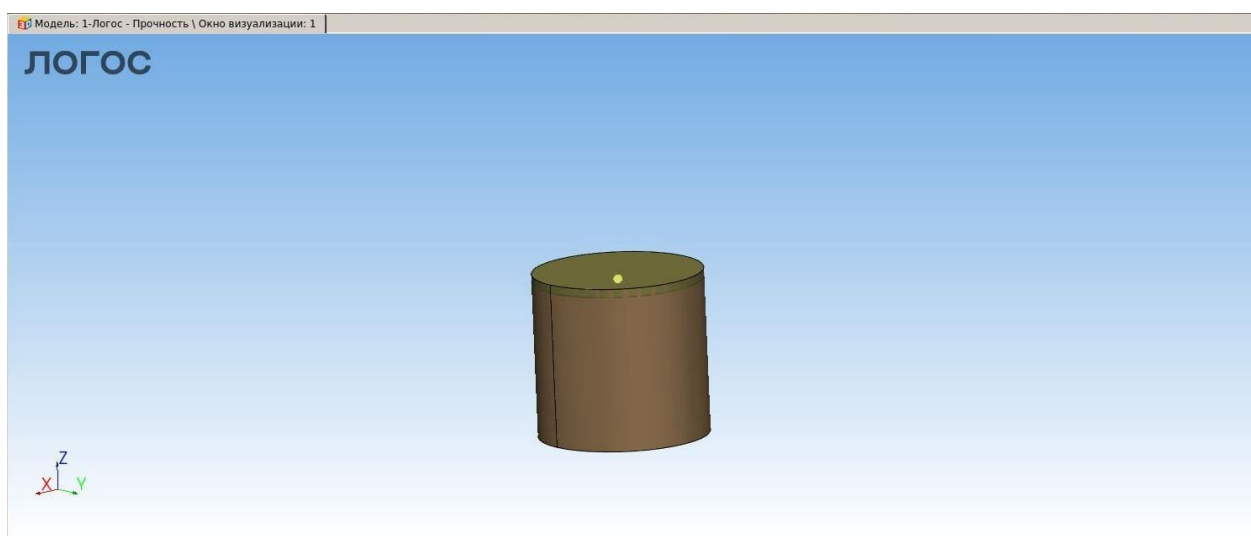


Рисунок 1.7. Изображение верхней части крышки контейнера в окне визуализации в ЛОГОС.Прочность

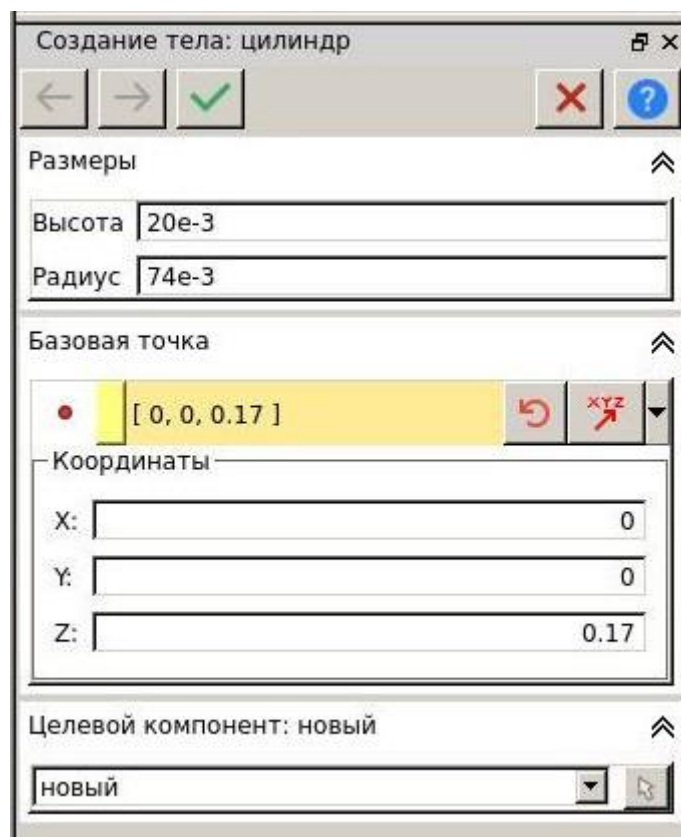


Рисунок 1.8. Параметры нижней части крышки контейнера в ЛОГОС.Прочность

В панели управления видно, что было создано 5 отдельных компонентов.

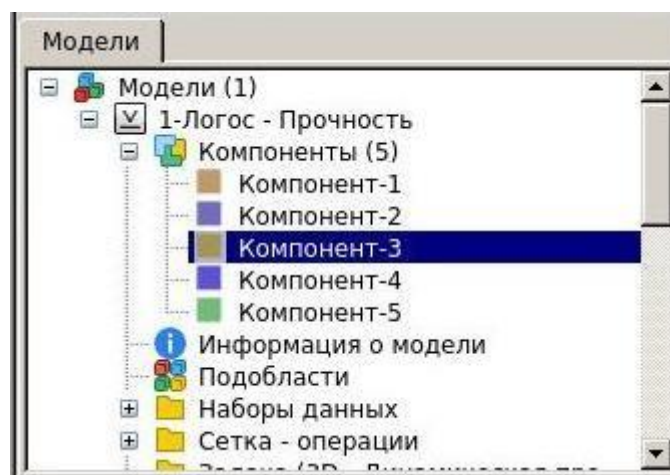


Рисунок 1.9. 5 созданных компонентов в дереве проекта в ЛОГОС.Прочность

Теперь перед нами стоит следующая задача: нам нужно объединить части крышки контейнера, а также “прорезать” цилиндры друг в друге, чтобы внутри внешнего и среднего цилиндров образовались полости. Итого у нас должно получиться 4 компонента. В разделе “Компоненты” выбираем пункт выпадающего меню Операции → Операции с геометрией → Редактирование тел → Логические операции с телами. Для объединения частей крышки будем использовать операцию “Объединение”, а для прорезывания

цилиндров друг в друге – “Вычитание”. При этом для удобства выполнения операций некоторые компоненты придётся скрывать. На рисунках ниже приведены детали вышеозначенных операций.

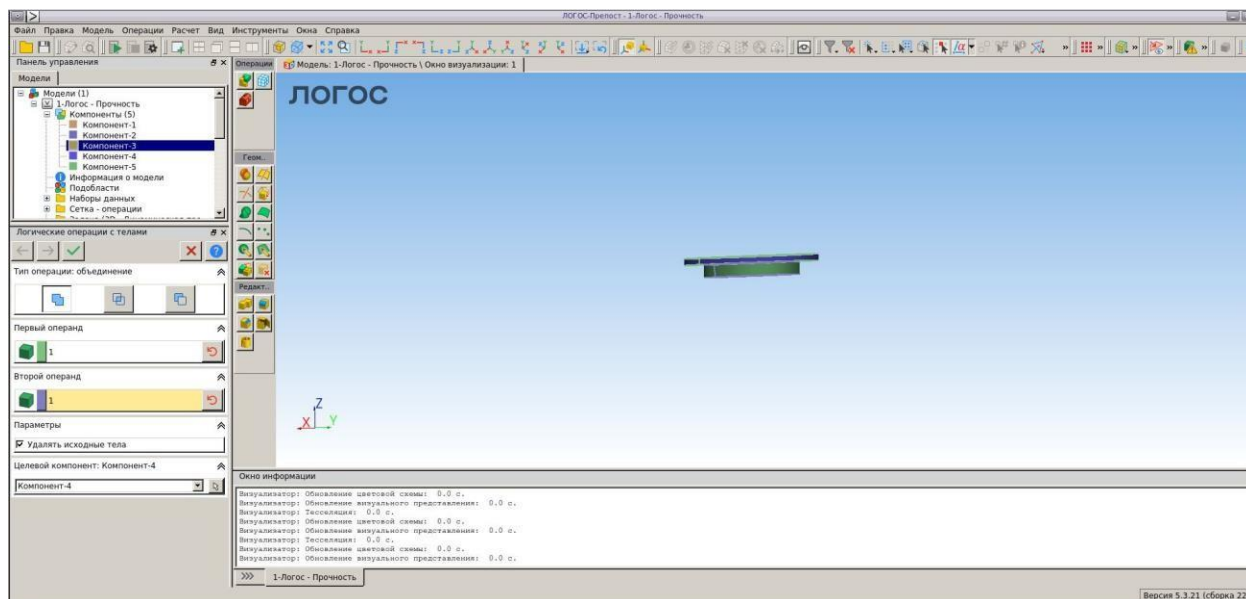


Рисунок 1.10. Объединение частей крышки в ЛОГОС.Прочность

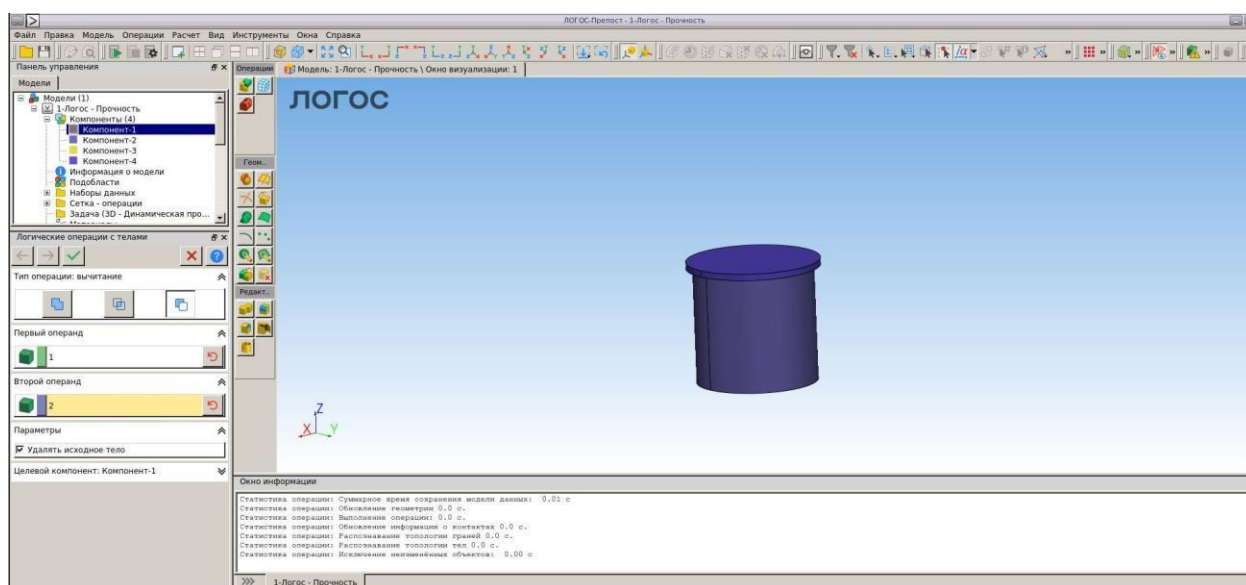


Рисунок 1.11. Прорезывание внешней части контейнера в ЛОГОС.Прочность

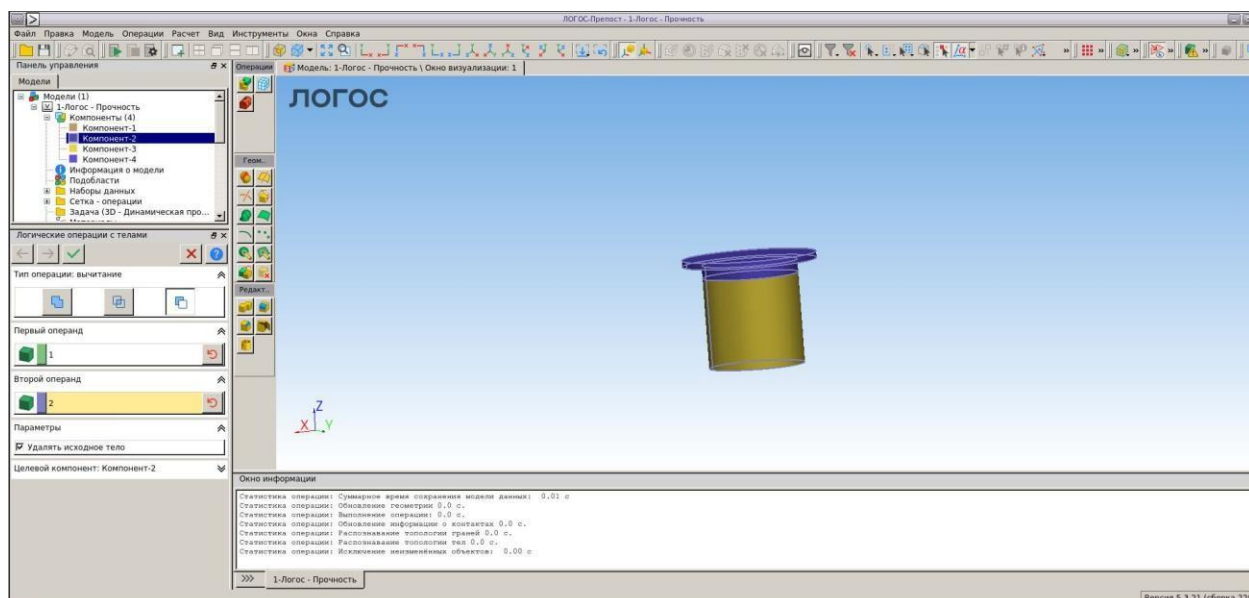


Рисунок 1.12. Прорезывание средней части контейнера в ЛОГОС.Прочность

Теперь приведём изображение всех четырёх готовых частей контейнера.

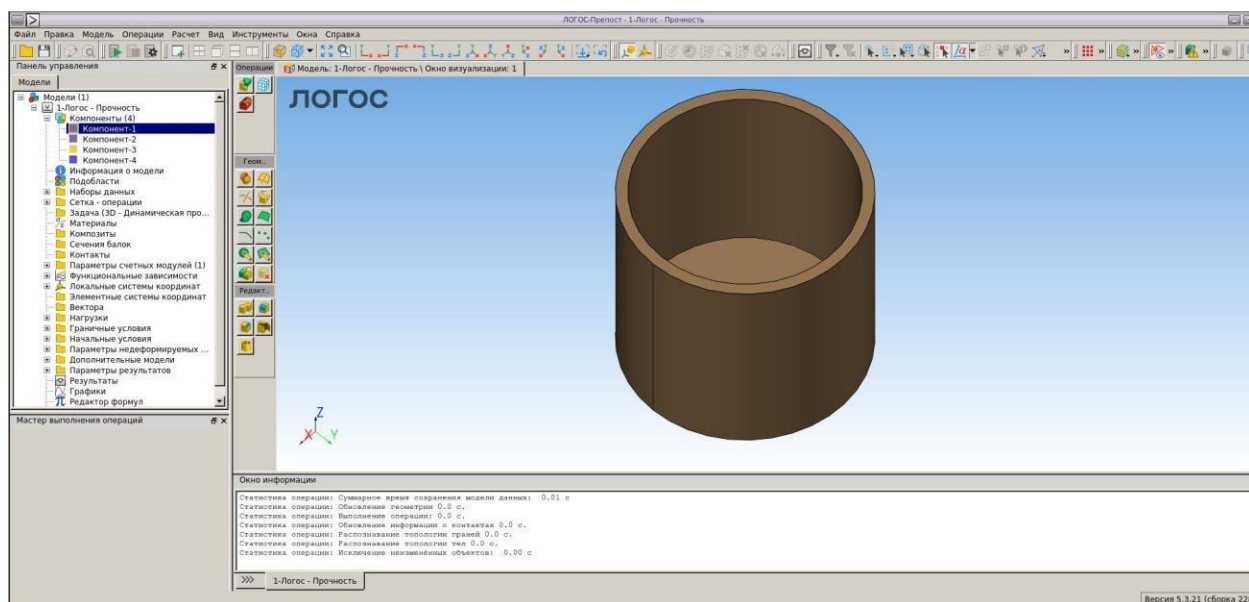


Рисунок 1.13. Готовая внешняя часть контейнера в ЛОГОС.Прочность



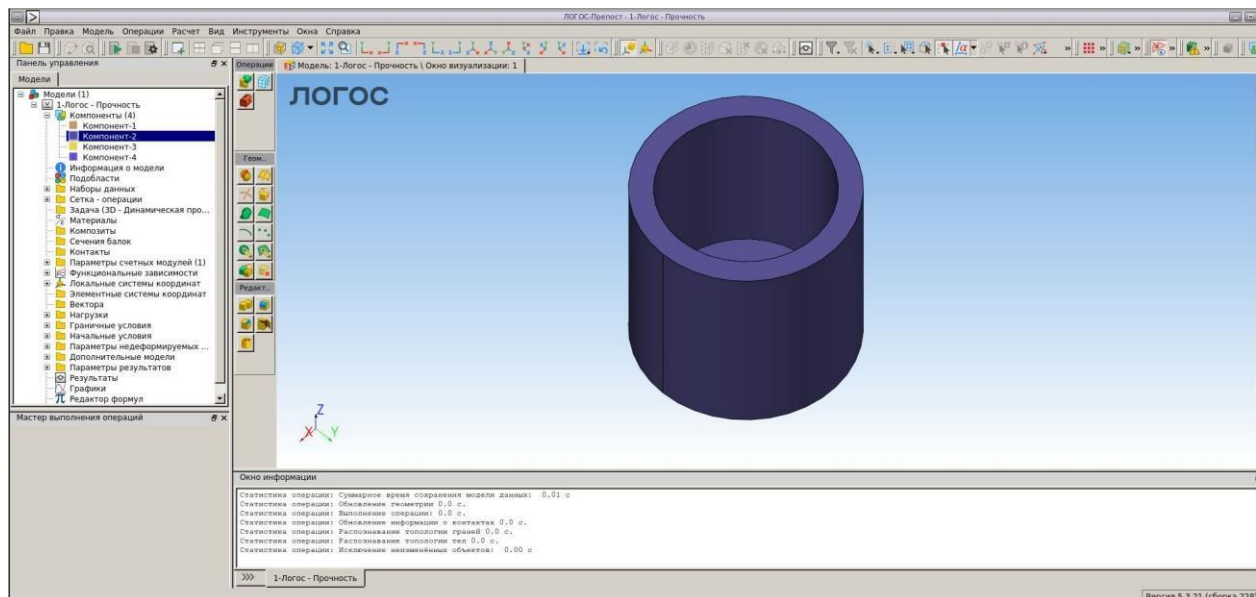


Рисунок 1.14. Готовая средняя часть контейнера в ЛОГОС.Прочность

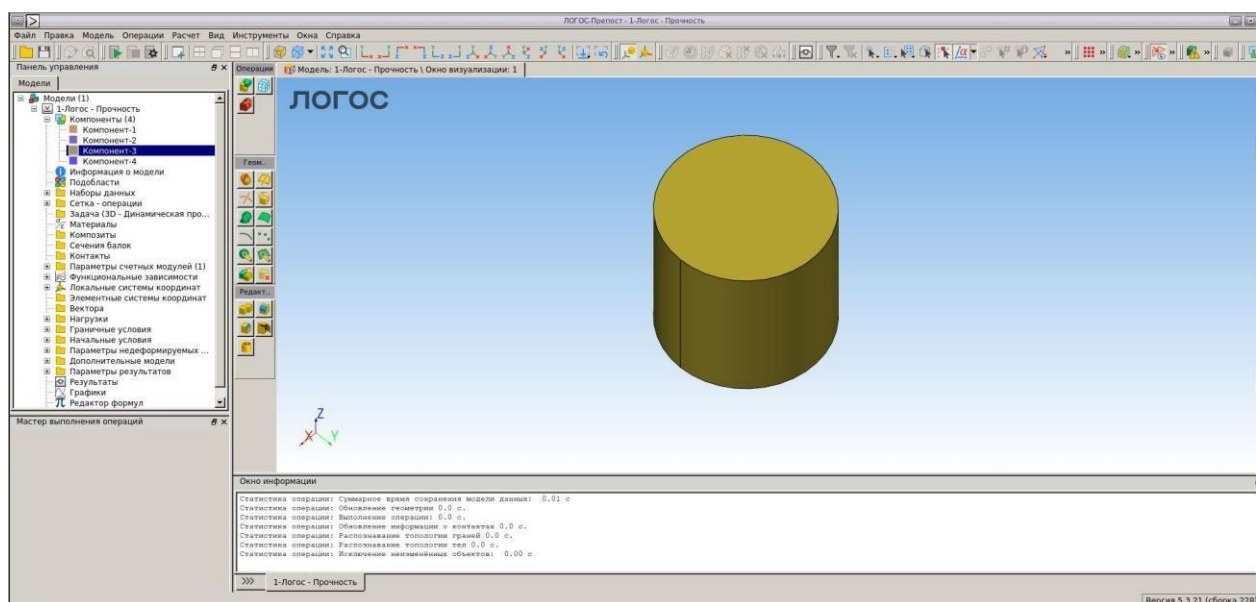


Рисунок 1.15. Готовая внутренняя часть контейнера в ЛОГОС.Прочность

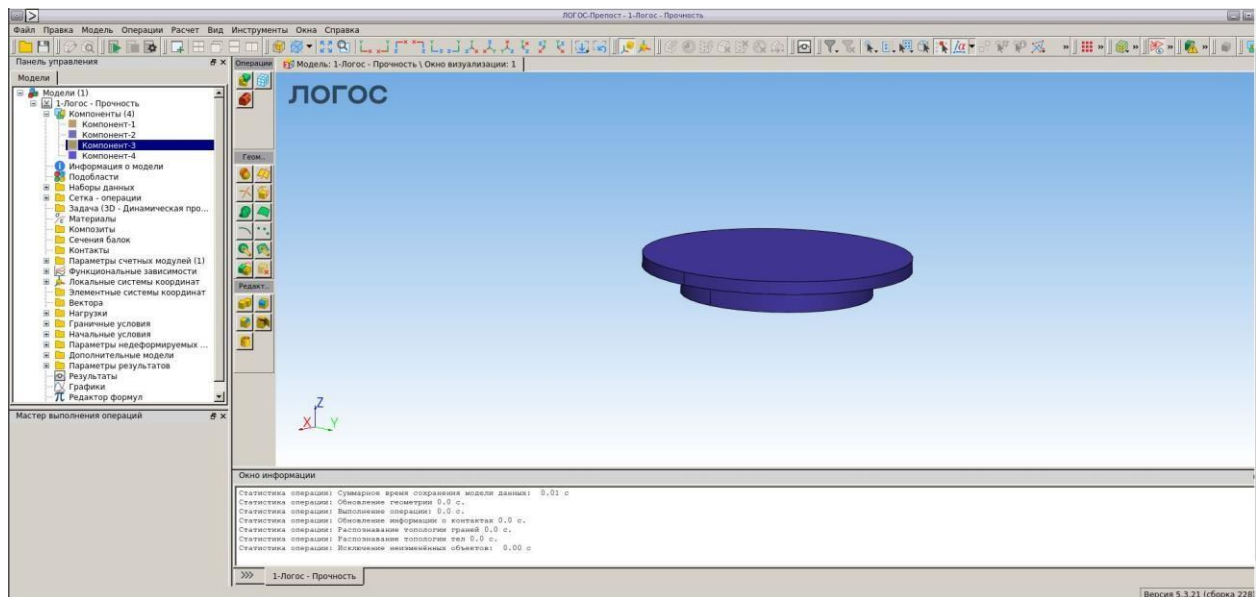


Рисунок 1.16. Готовая крышка контейнера в ЛОГОС.Прочность

## 2. Создание расчётной сетки в ЛОГОС.Прочность

Теперь продемонстрируем процесс генерации сетки в ЛОГОС.Прочность. Для генерации сетки был выбран именно этот модуль, поскольку он предоставляет больший функционал по сравнению с ЛОГОС.Тепло.

Поскольку тело, для которого мы должны сгенерировать сетку, имеет цилиндрическую форму, то нам не очень удобно строить сетку протягиванием. Также из соображений точности расчётов между тетраэдральной сеткой и преимущественно шестигранной сеткой была выбрана последняя.

*Примечание.* Здесь и далее названия пунктов меню могут незначительно отличаться от оригинальных.

В меню мы выбираем пункт Операции -> Сетка -> Генерация объёмной сетки -> Построение преимущественно шестигранной сетки. Мы выбираем все тела для генерации сетки. Размер разбиения был выбран исходя из геометрии области (чтобы во внешнем цилиндре было минимум 3 слоя ячеек по толщине, но, с другой стороны, чтобы было создано оптимальное для дальнейших расчётов количество ячеек). Скорость роста = 0.15; была оставлена галочка в пункте “Строить согласованную сетку” и убрана галочка в пункте “Использовать автосшивку”. В разделе “Целевой компонент” было оставлено значение “по геометрии”, чтобы для каждого компонента сетка строилась независимо.

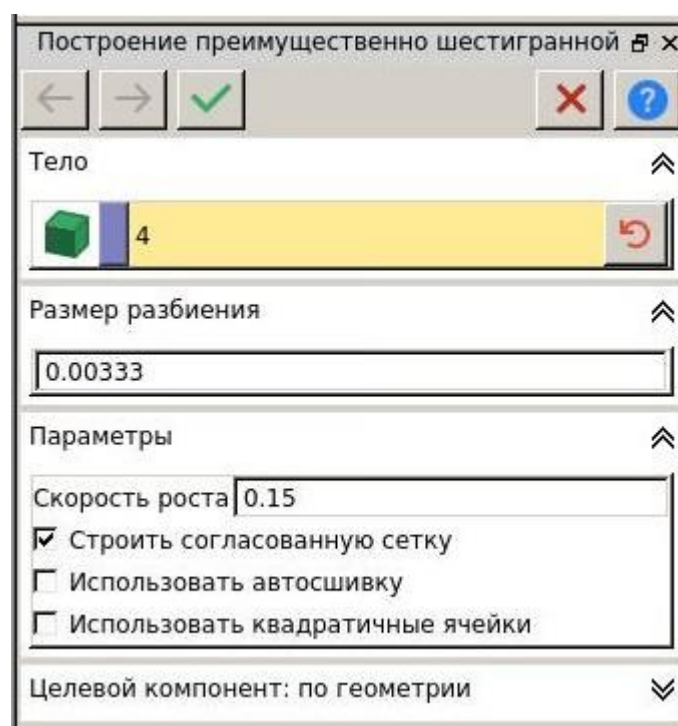


Рисунок 2.1. Параметры расчётной сетки в ЛОГОС.Прочность

Сгенерированная сетка выглядит следующим образом.

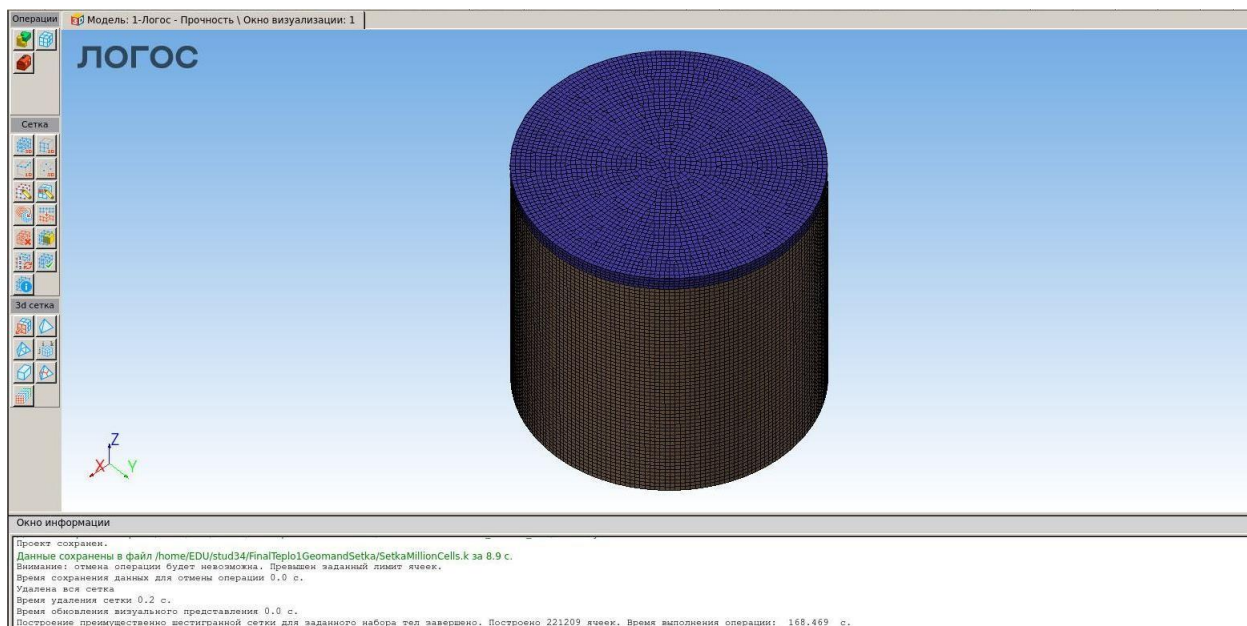


Рисунок 2.2. Результат построения расчётной сетки в ЛОГОС.Прочность

Видно, что итоговая сетка содержит 221209 ячеек и её построение заняло меньше 3 минут. Визуально сетка вполне подходит для решения задачи.

### 3. Создание подобластей в ЛОГОС.Прочность

Геометрия исследуемого тела вместе с сеткой успешно созданы. Теперь для будущих регионов в ЛОГОС.Тепло нам нужно создать подобласти в ЛОГОС.Прочность. Выбираем пункт дерева проекта Подобласти -> Создание подобластей по компонентам. Убираем галочку из пункта “Разделять по типу ячеек”, чтобы ячейки разной формы не были отнесены к разным подобластям.

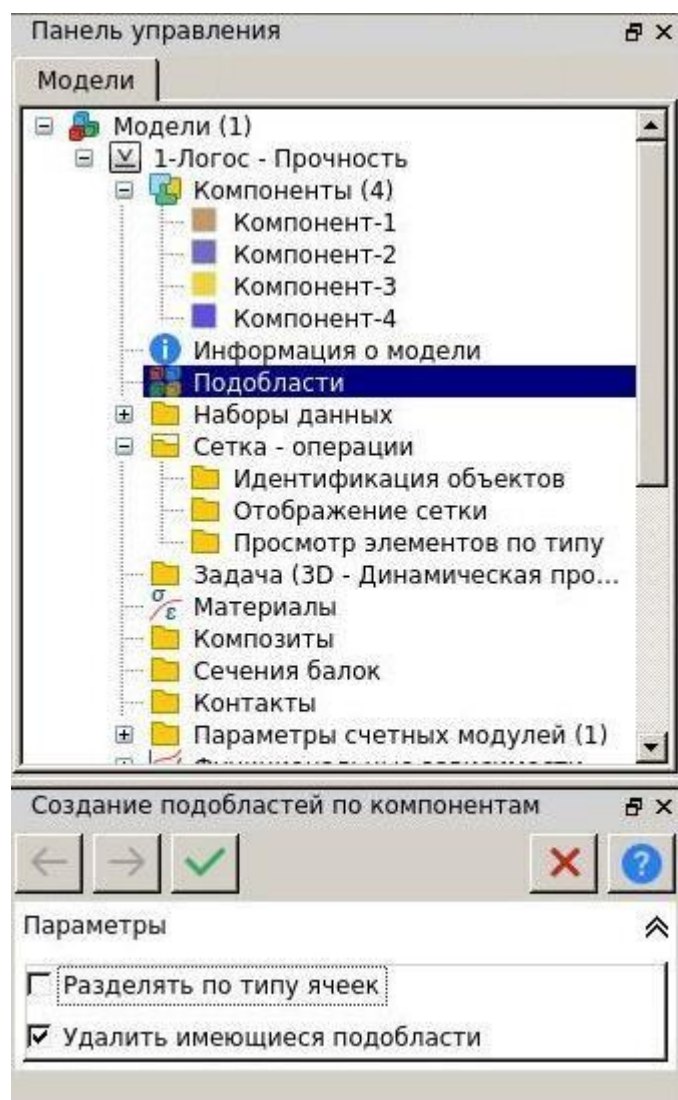


Рисунок 3.1. Процесс создания подобластей в ЛОГОС.Прочность

Приведём параметры созданных подобластей, такие, как количество узлов и количество ячеек.

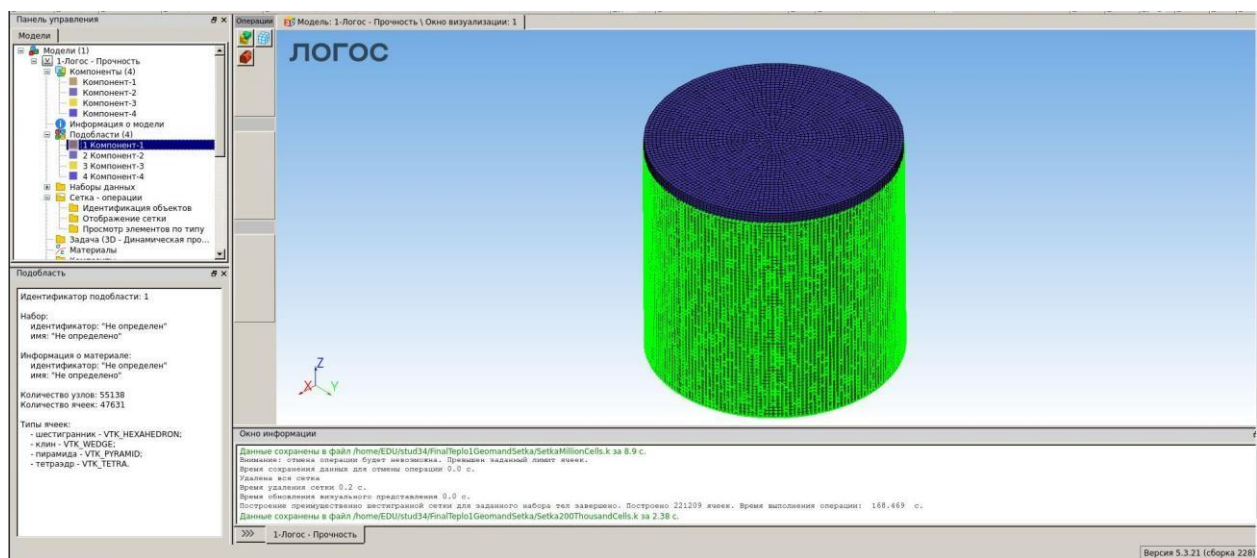


Рисунок 3.2. Параметры внешней подобласти в ЛОГОС.Прочность



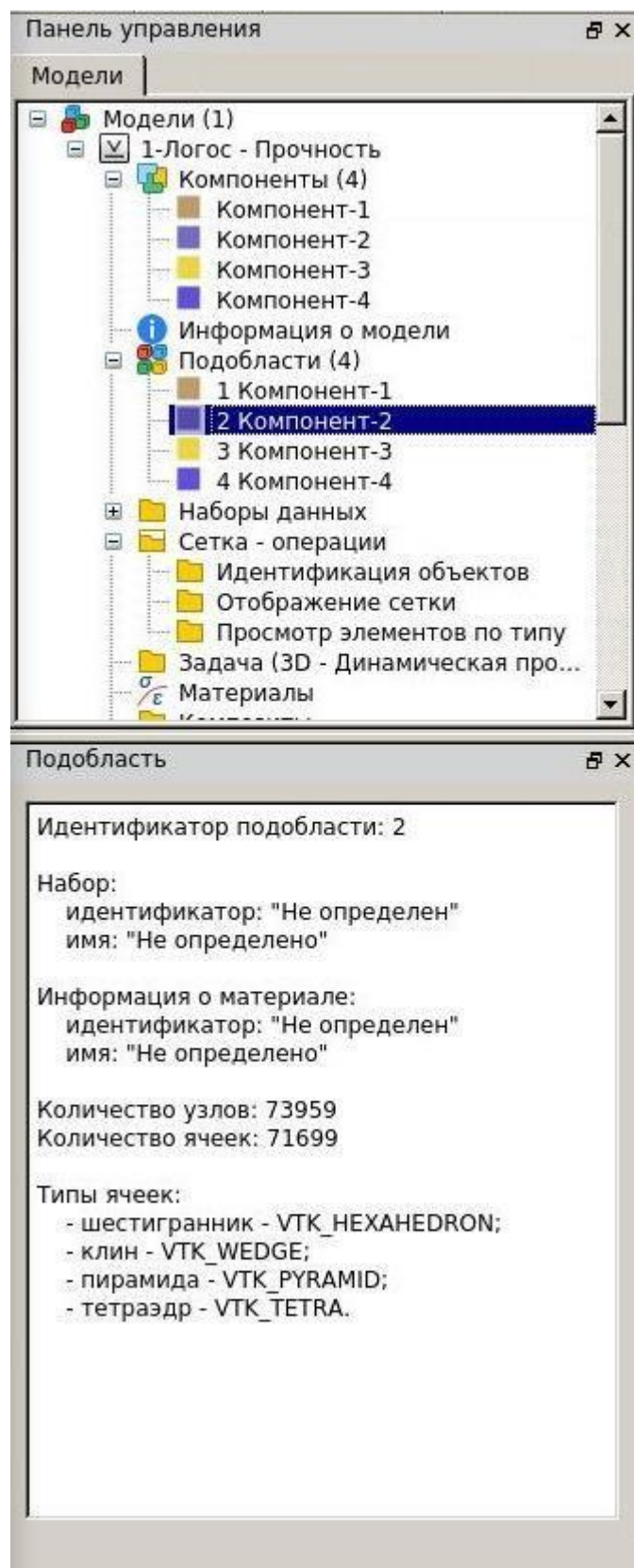


Рисунок 3.3. Параметры средней подобласти в ЛОГОС.Прочность



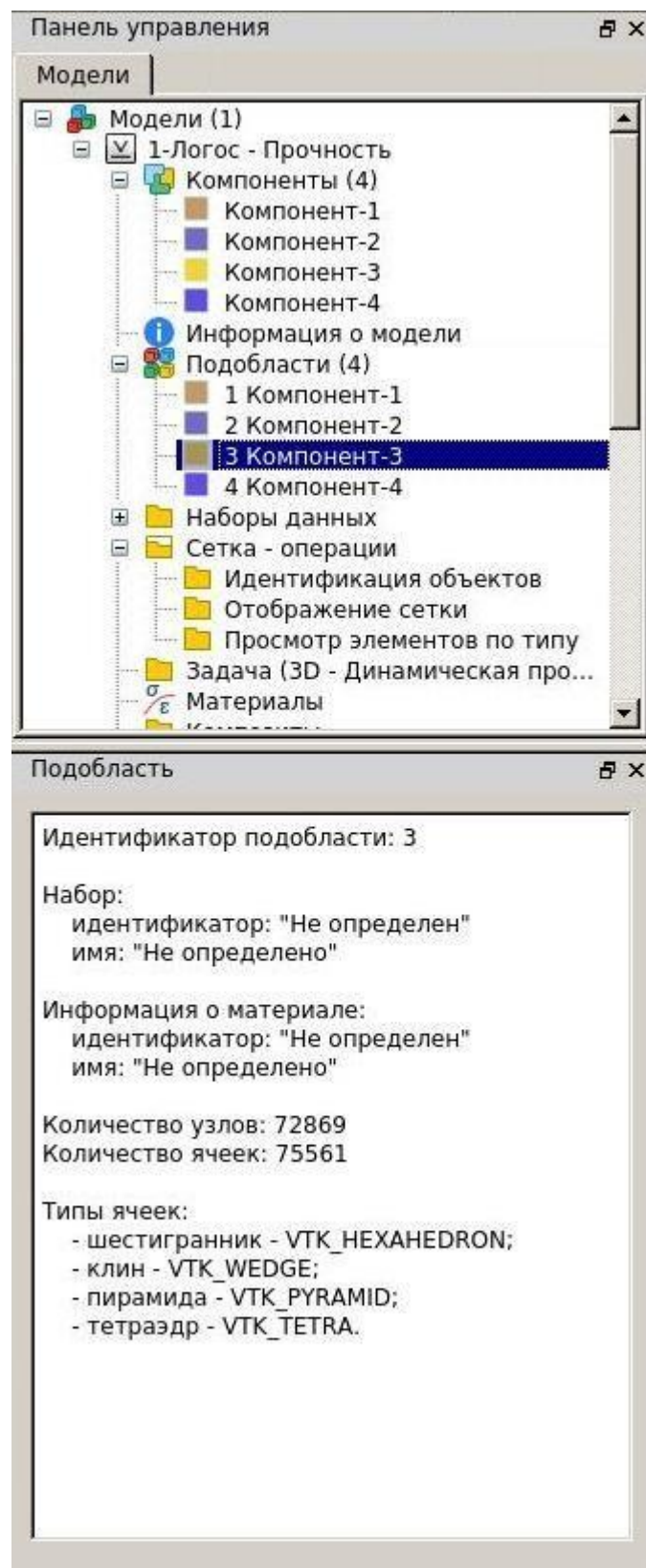


Рисунок 3.4. Параметры внутренней подобласти в ЛОГОС.Прочность

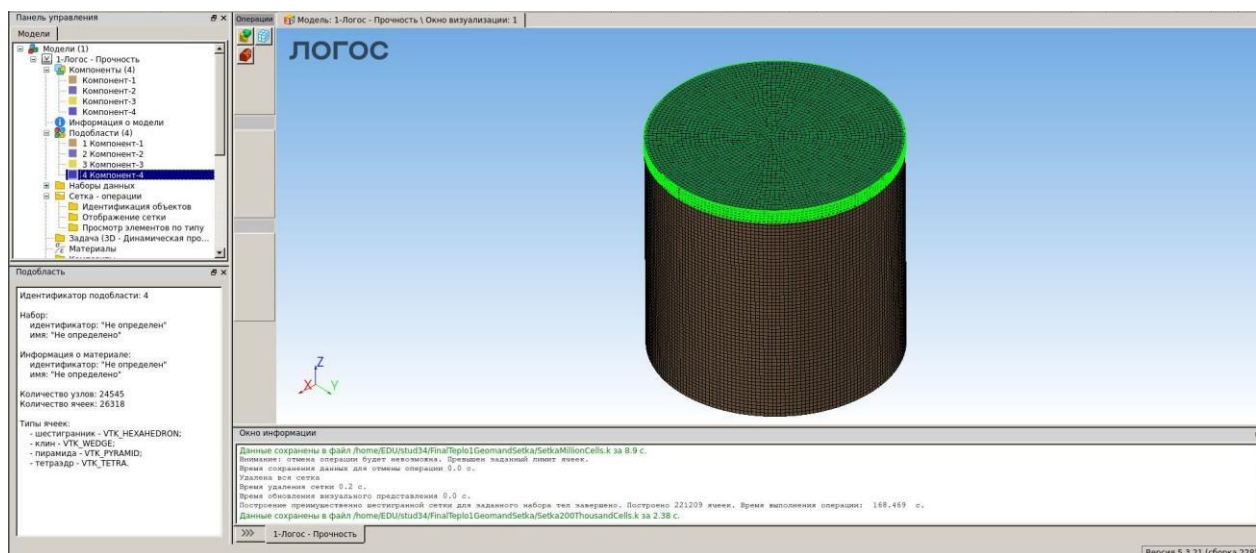


Рисунок 3.5. Параметры подобласти-крышки в ЛОГОС.Прочность

Также экспортируем компоненты, сетку и подобласти из ЛОГОС.Прочность для последующего использования в ЛОГОС.Тепло. Для экспорта сетки был выбран формат .k.

#### 4. Импорт сетки в ЛОГОС.Тепло. Создание веществ с нужными свойствами. Задание общих параметров решаемой задачи.

Мы выполнили все необходимые действия в модуле ЛОГОС.Прочность, переходим в модуль ЛОГОС.Тепло. Создаём нужную нам модель.

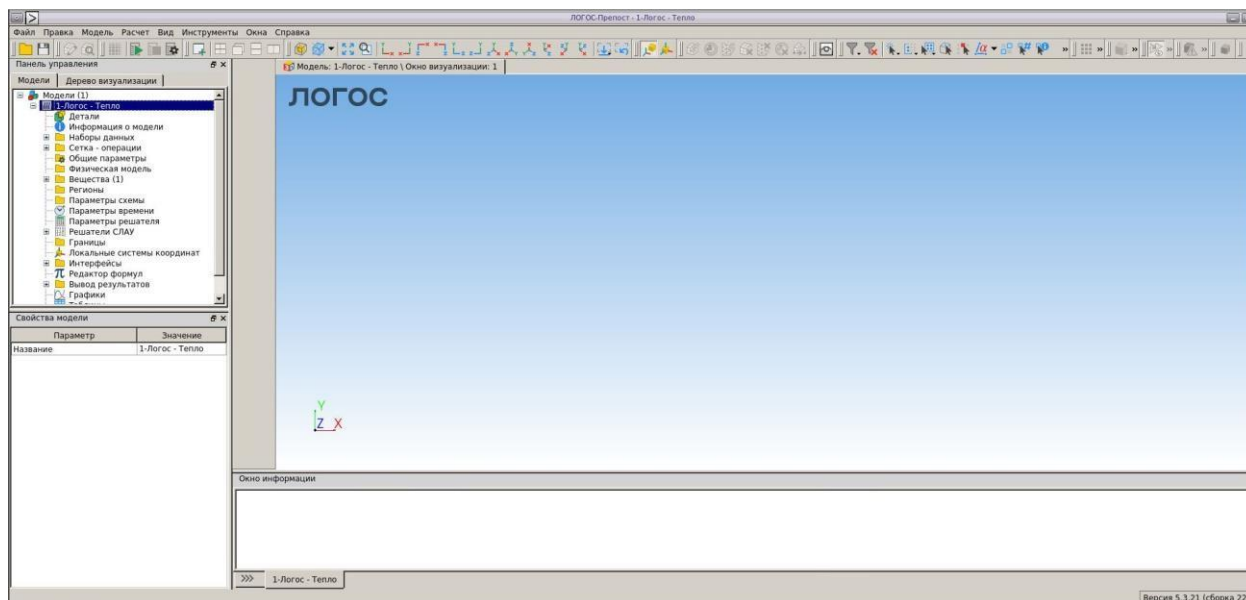


Рисунок 4.1. Начало работы в ЛОГОС.Тепло

Прежде всего, нам нужно импортировать ранее созданную в ЛОГОС.Прочность геометрию и сетку. При импортировании указываем единицы измерения – метры.

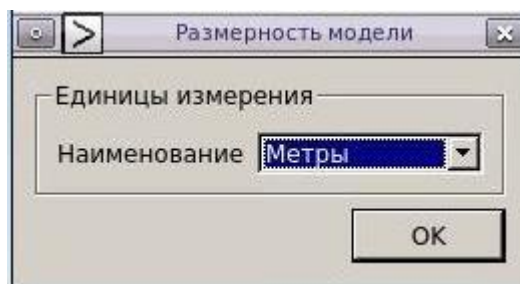


Рисунок 4.2. Размерность импортируемой в ЛОГОС.Тепло модели

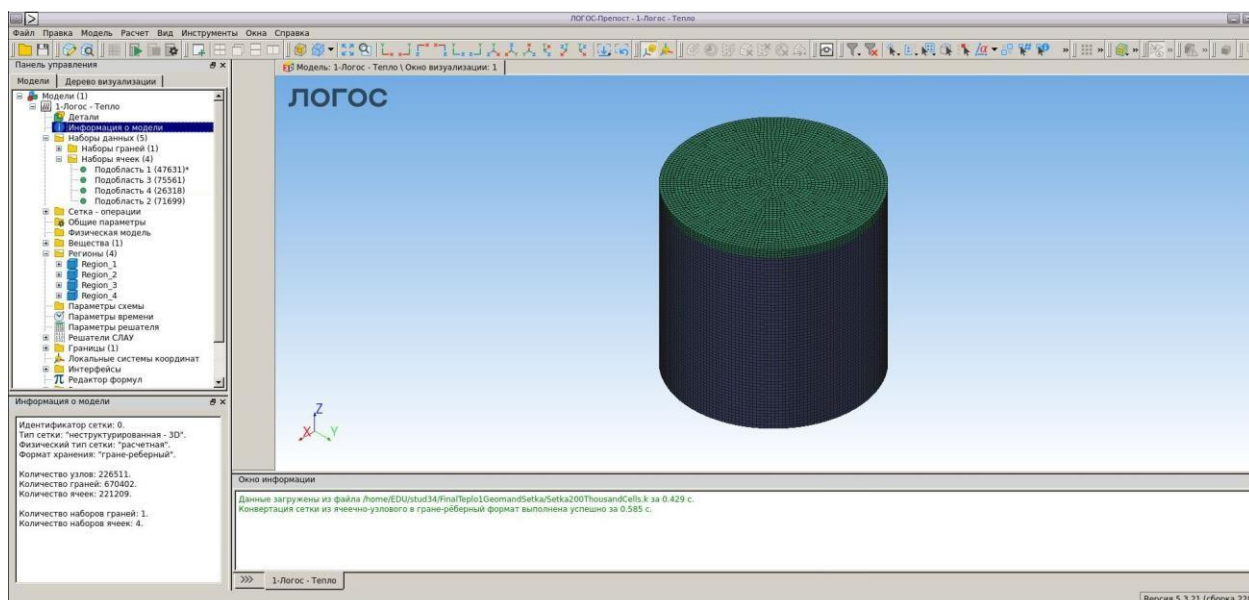


Рисунок 4.3. Результат импортирования сетки в ЛОГОС.Тепло

Как мы видим, в разделе “Информация о модели” количество ячеек совпадает с тем, что было получено ранее в окне вывода информации. Также в дереве проекта видно, что у нас есть 4 набора ячеек и 4 региона, в соответствии с теми подобластями, что были заданы в ЛОГОС.Прочность.

Далее необходимо в узле “Общие параметры” указать, что время в данной задаче — нестационарное (т.к. в условии было сказано, что задача - нестационарная).

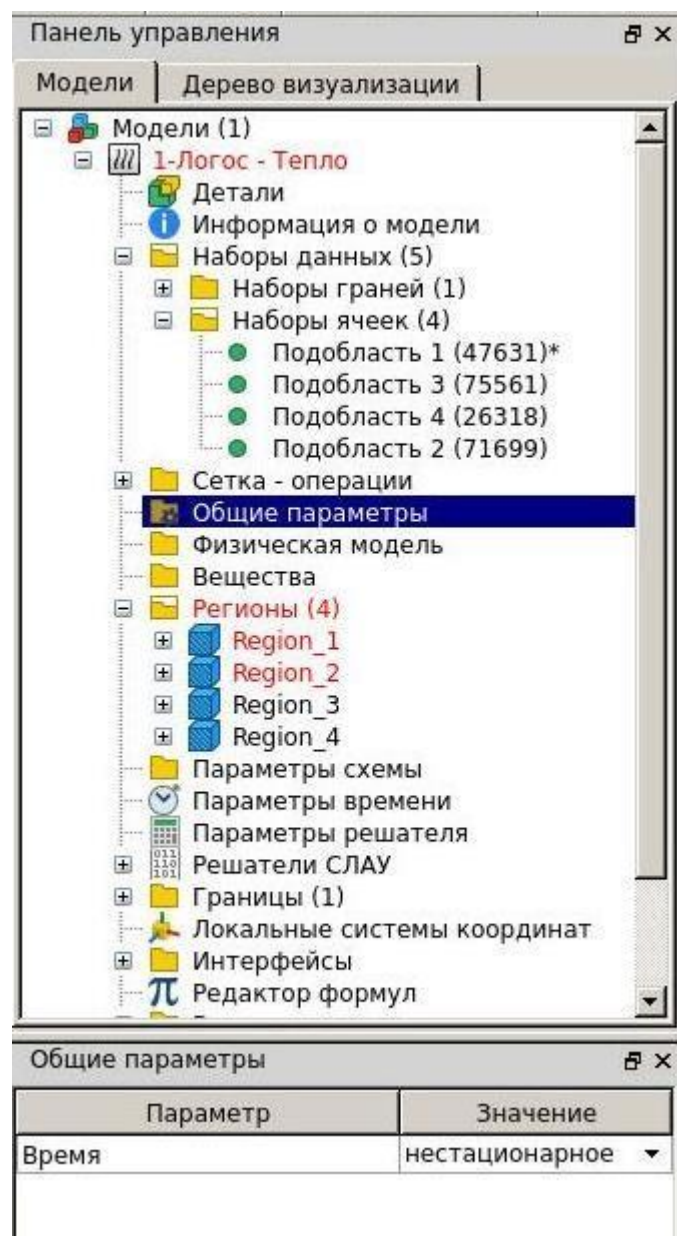


Рисунок 4.4. Общие параметры задачи в ЛОГОС.Тепло

Следующий шаг – создание материалов с заданными в условии теплофизическими свойствами – плотностью, удельной теплоёмкостью и коэффициентом теплопроводности. Поскольку во встроенной библиотеке с материалами нет нужных нам, то мы создаём их вручную. На рисунках ниже описан процесс создания материалов и задания их параметров в узле “Вещества”. Поскольку в условии ничего не сказано о том, что материалы анизотропные, то для коэффициента теплопроводности всех материалов в пункте “Метод” выбираем “изотропный”.

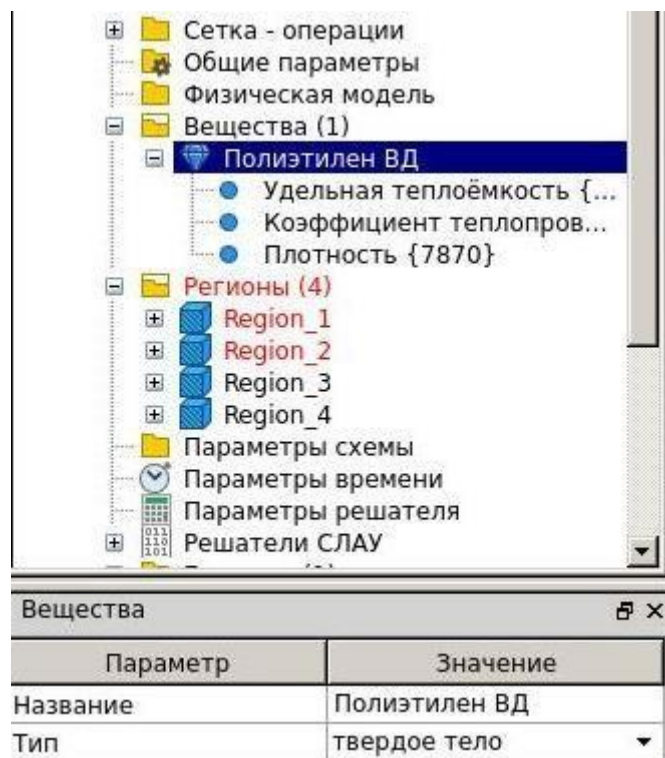


Рисунок 4.5. Создание вещества полиэтилен ВД в ЛОГОС.Тепло

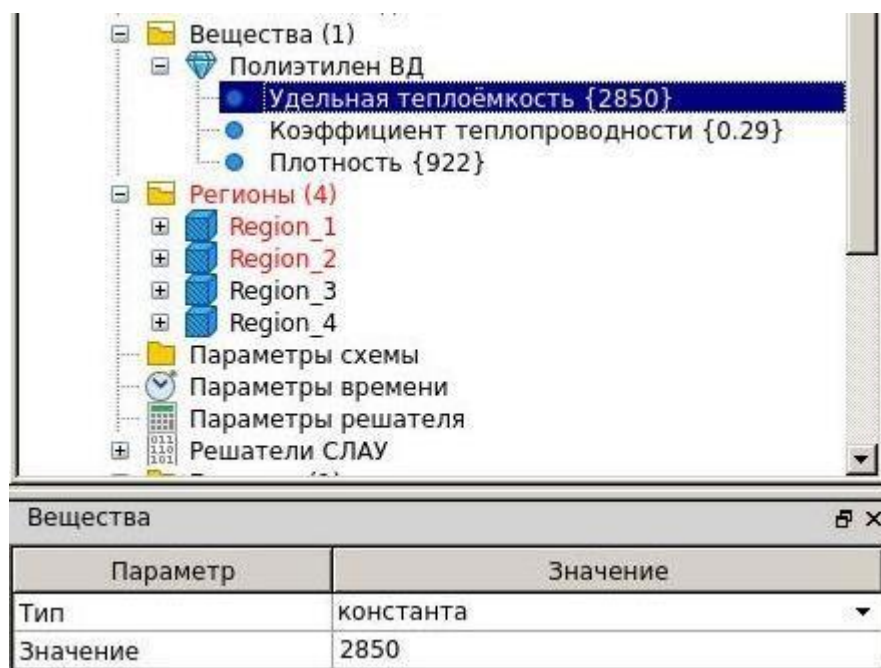


Рисунок 4.6. Задание удельной теплоёмкости вещества полиэтилен ВД в ЛОГОС.Тепло



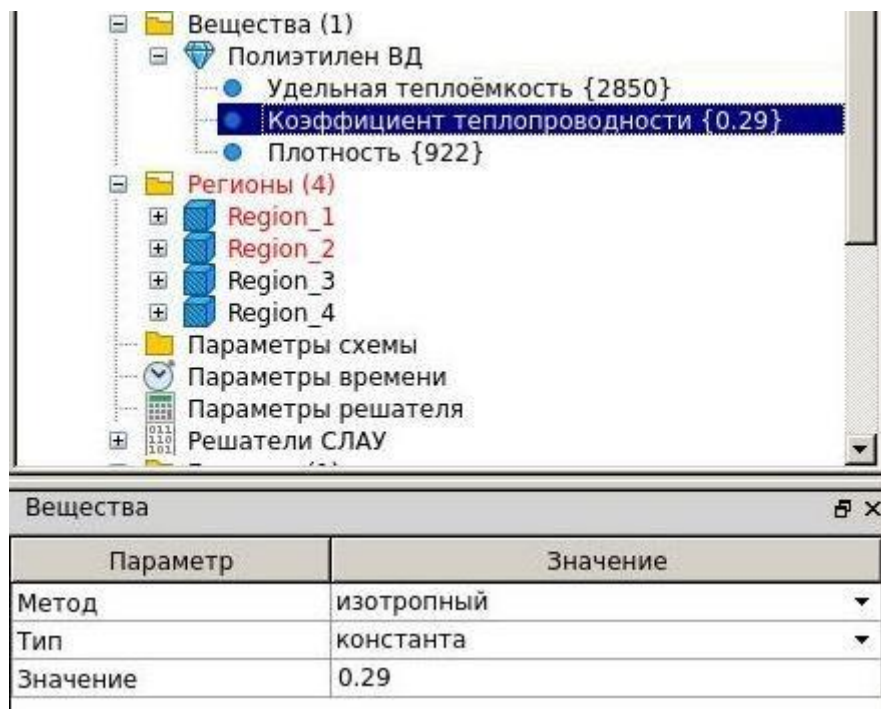


Рисунок 4.7. Задание коэффициента теплопроводности вещества полиэтилен ВД в ЛОГОС.Тепло

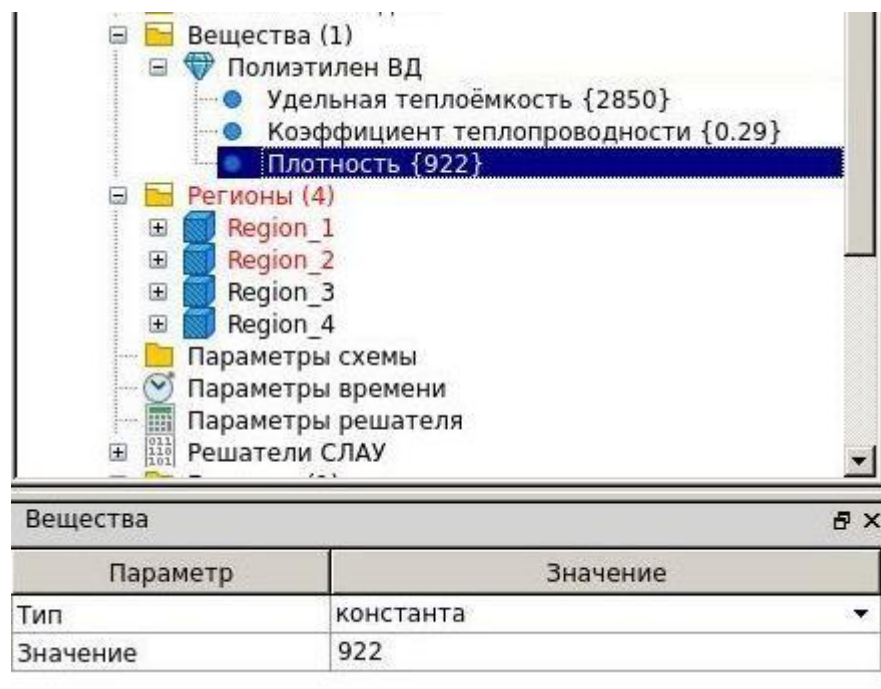


Рисунок 4.8. Задание плотности вещества полиэтилен ВД в ЛОГОС.Тепло



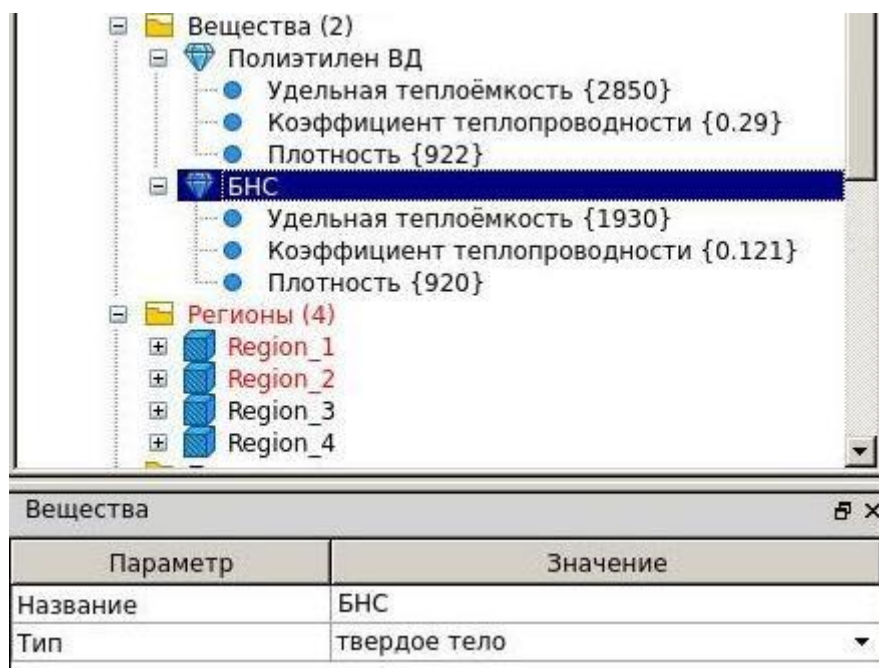


Рисунок 4.9. Создание вещества БНС в ЛОГОС.Тепло

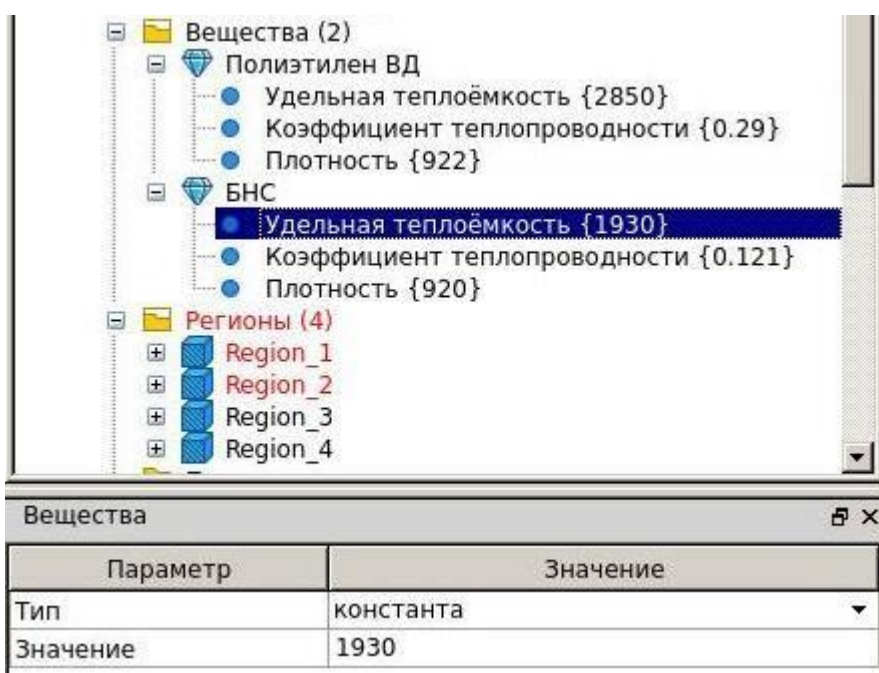


Рисунок 4.10. Задание удельной теплоёмкости вещества БНС в ЛОГОС.Тепло

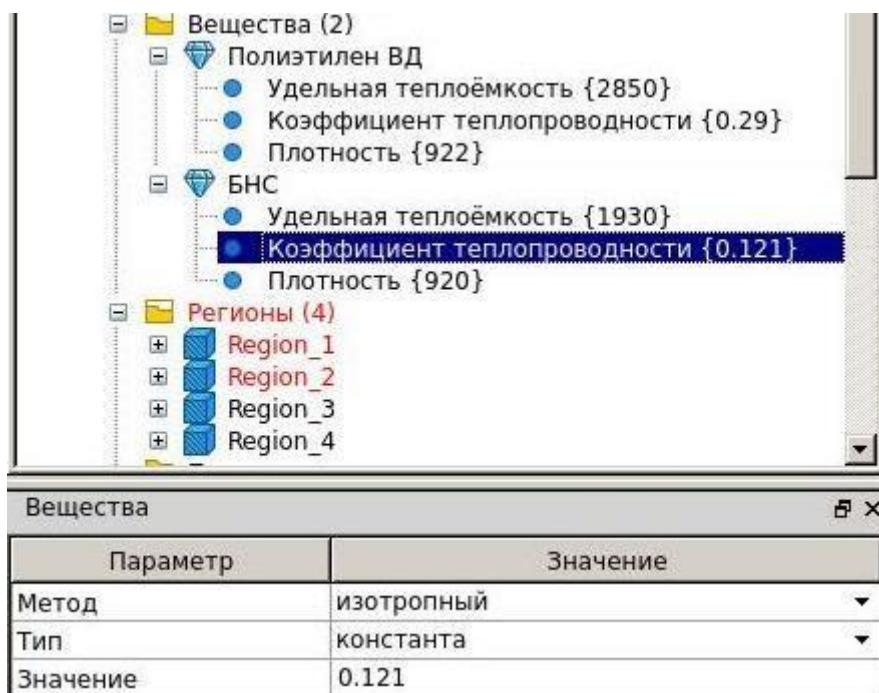


Рисунок 4.11. Задание коэффициента теплопроводности вещества БНС в ЛОГОС.Тепло

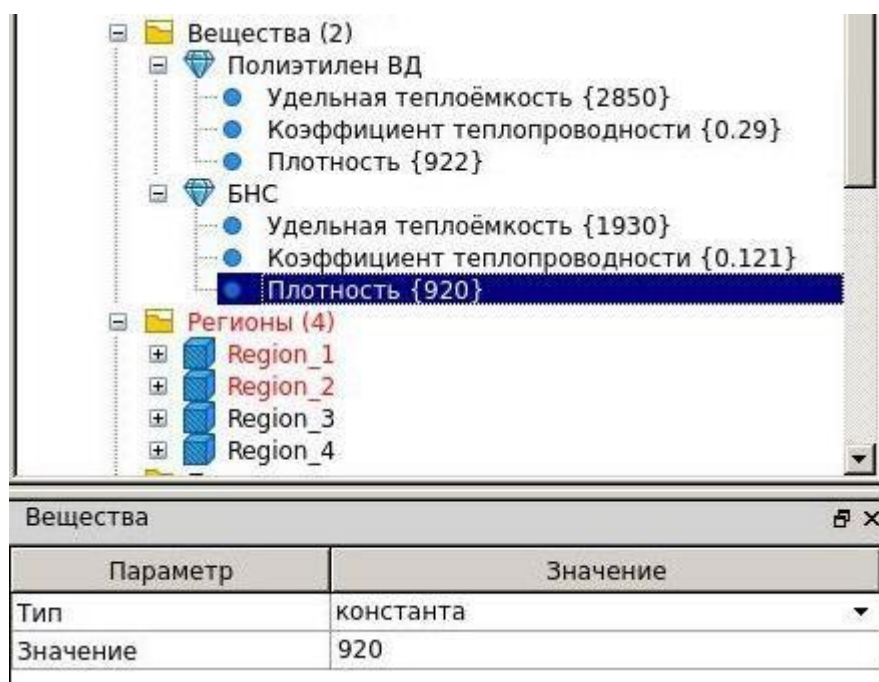


Рисунок 4.12. Задание плотности вещества БНС в ЛОГОС.Тепло

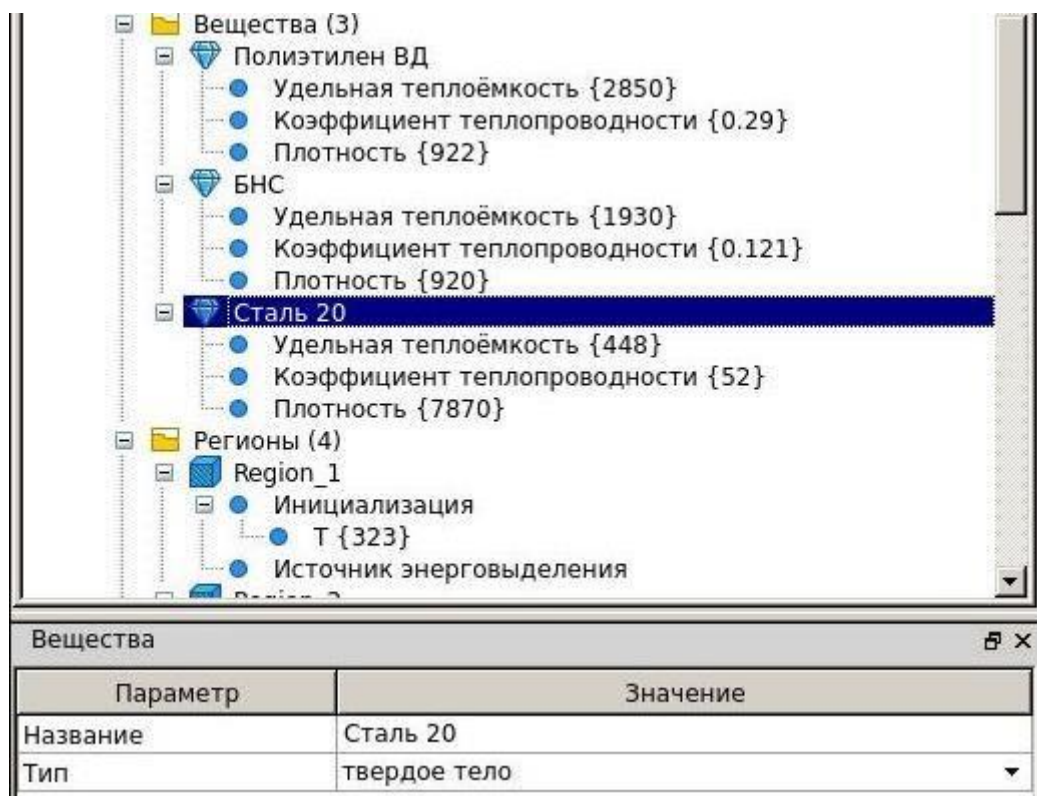


Рисунок 4.13. Создание вещества сталь 20 в ЛОГОС.Тепло

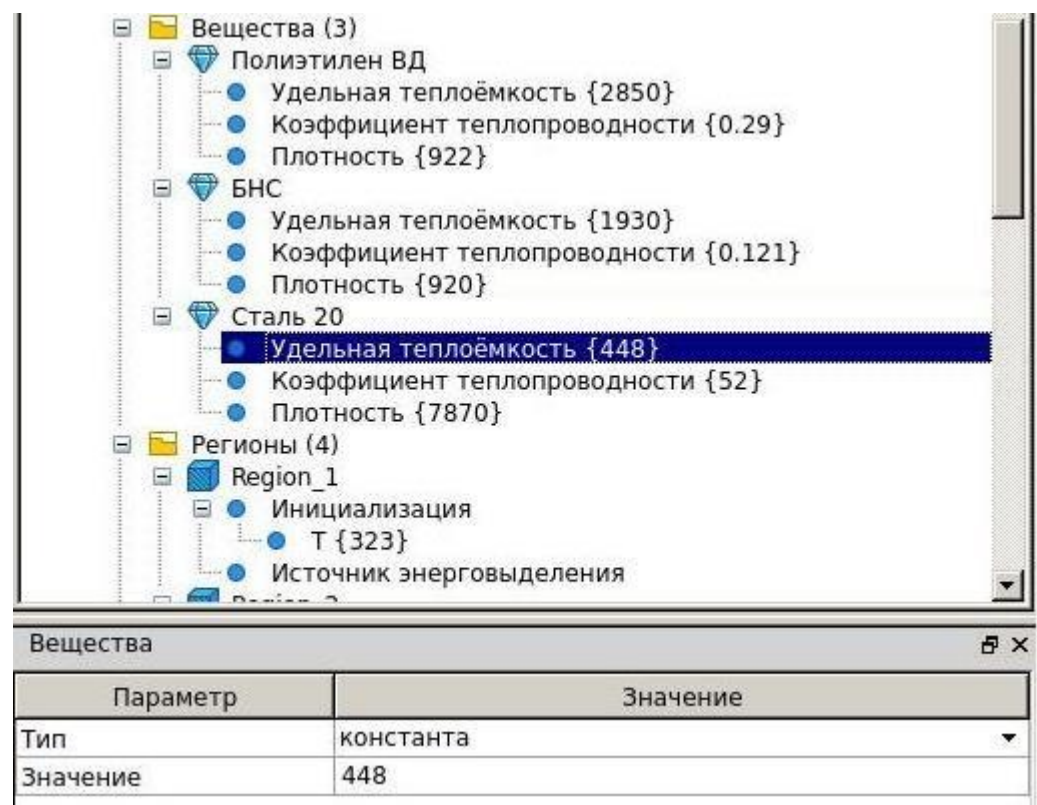


Рисунок 4.14. Задание удельной теплоёмкости вещества сталь 20 в ЛОГОС.Тепло

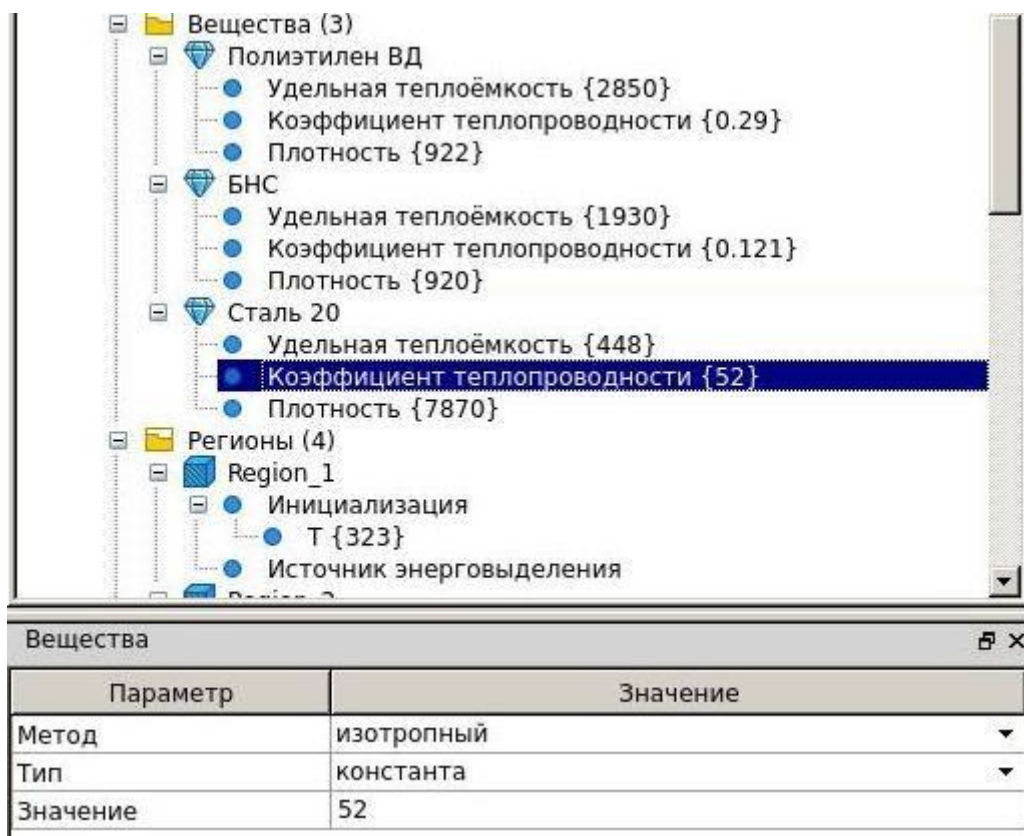


Рисунок 4.15. Задание коэффициента теплопроводности вещества сталь 20 в ЛОГОС.Тепло

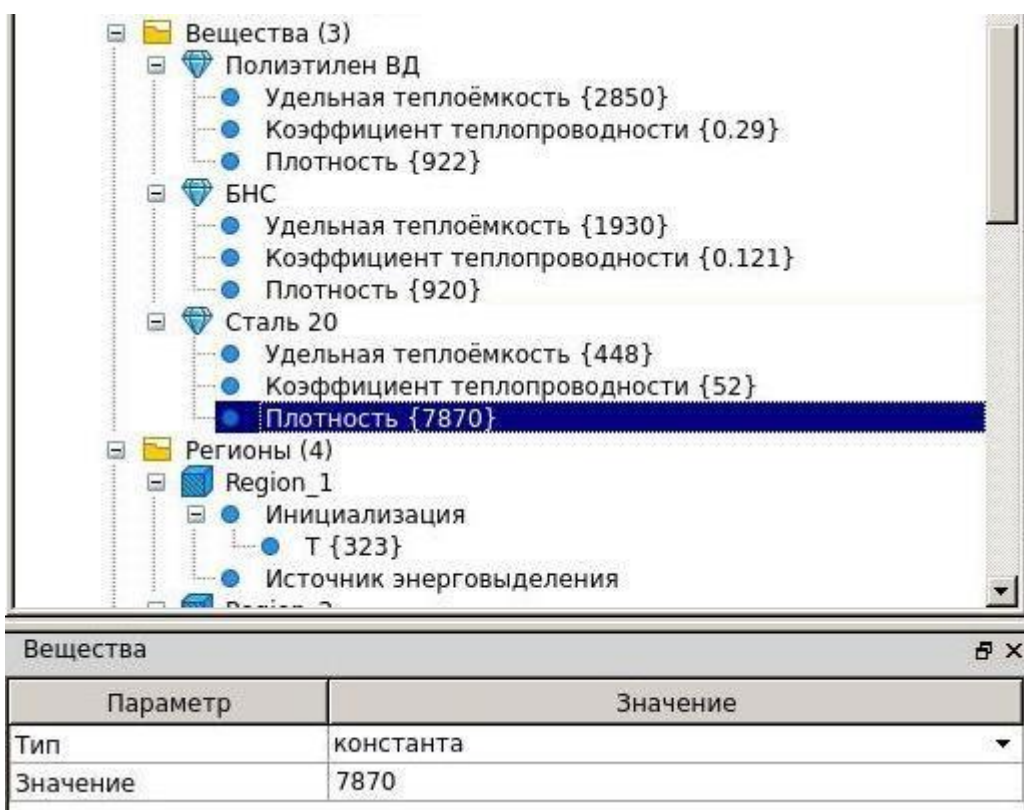


Рисунок 4.16. Задание плотности вещества сталь 20 в ЛОГОС.Тепло



## 5. Присваивание веществ регионам. Инициализация температуры регионов и добавление источника энергоснабжения. Задание параметров времени.

Далее созданные вещества нам нужно присвоить регионам в соответствии с чертежом в условии.

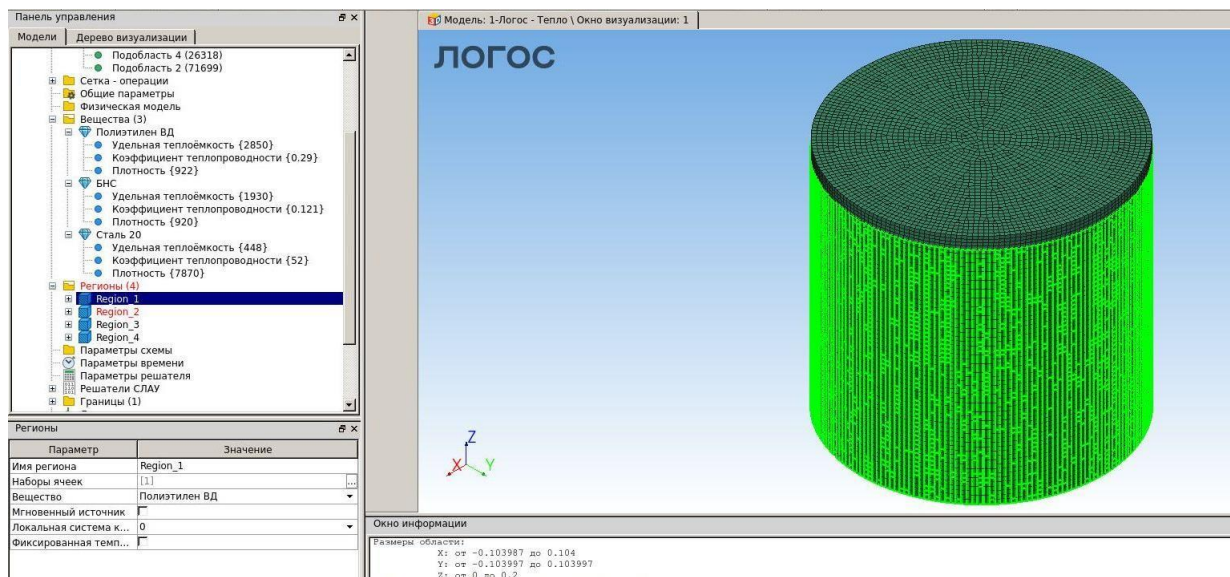


Рисунок 5.1. Присваивание вещества полиэтилен ВД наружной части в ЛОГОС.Тепло

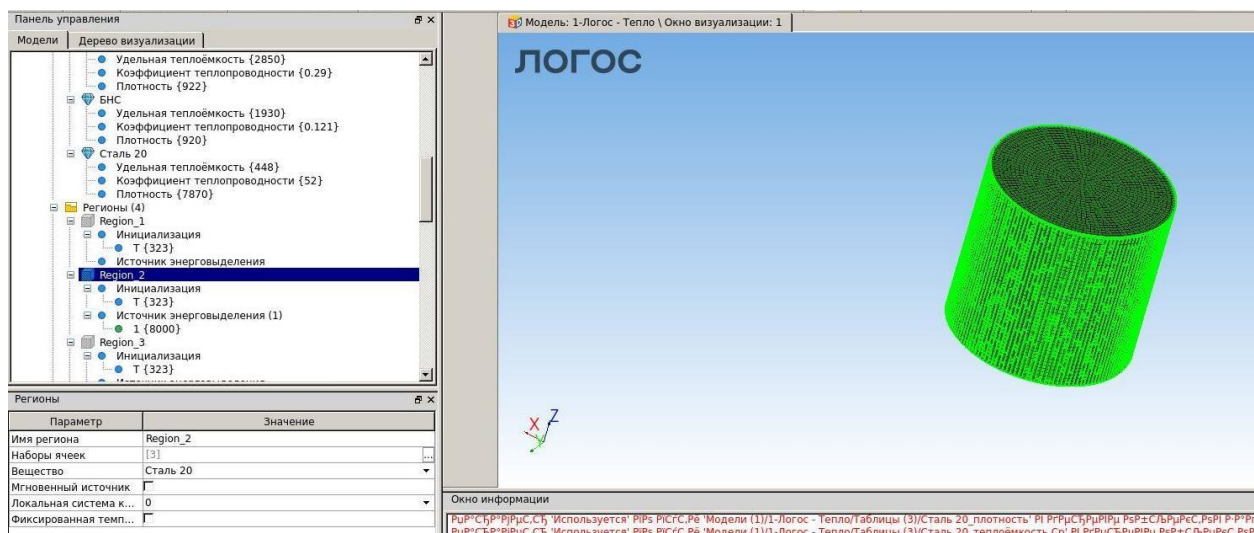


Рисунок 5.2. Присваивание вещества сталь 20 внутренней части в ЛОГОС.Тепло

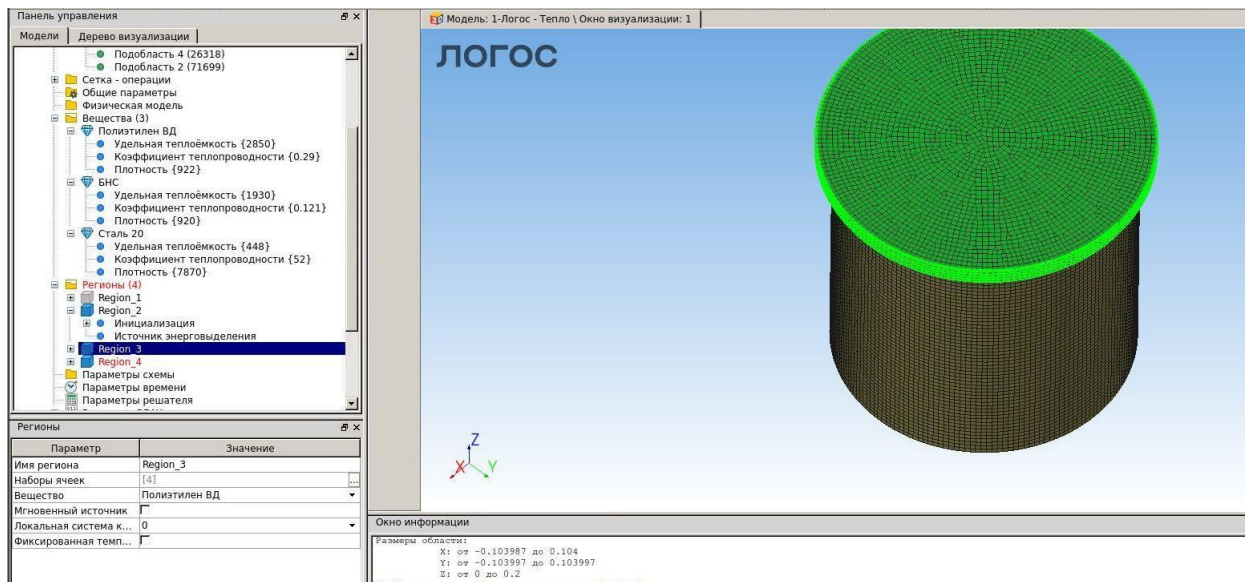


Рисунок 5.3. Присваивание вещества полиэтилен ВД крышке в ЛОГОС.Тепло

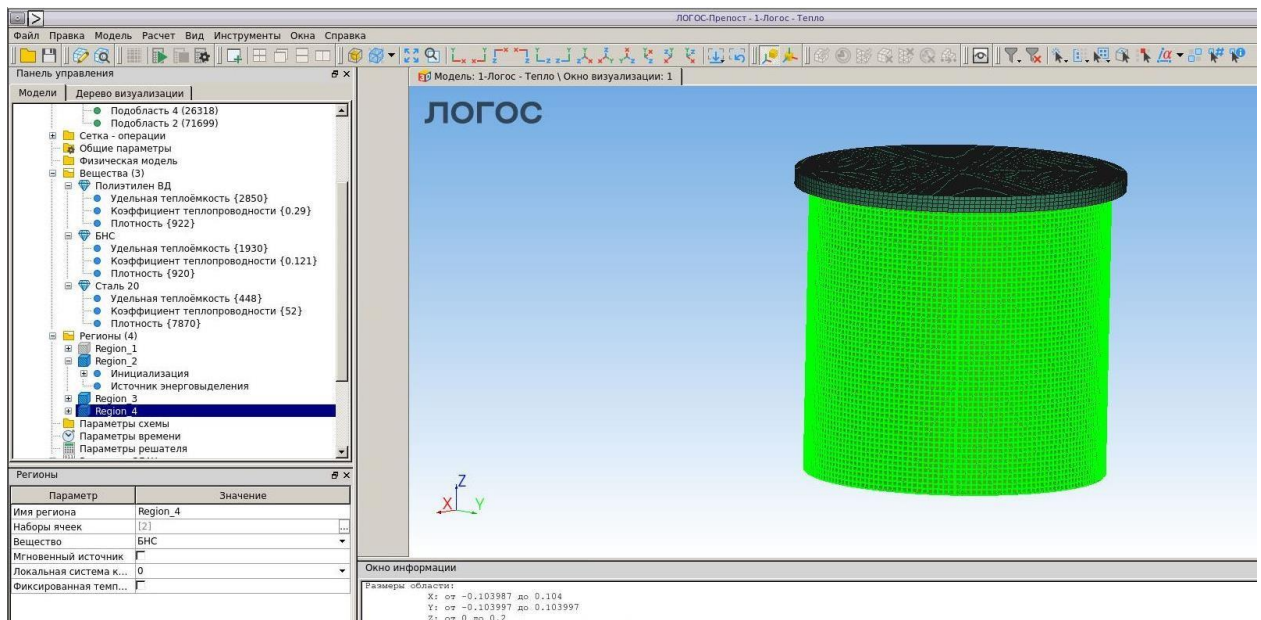


Рисунок 5.4. Присваивание вещества БНС средней части в ЛОГОС.Тепло

Также нам нужно провести инициализацию температуры регионов, т.е. задать начальные условия. Так как температура внутри контейнера  $T = 50^{\circ}\text{C}$ , а в ЛОГОС.Тепло мы должны задать её в кельвинах, то  $T = (50+273)\text{K} = 323\text{K}$ .

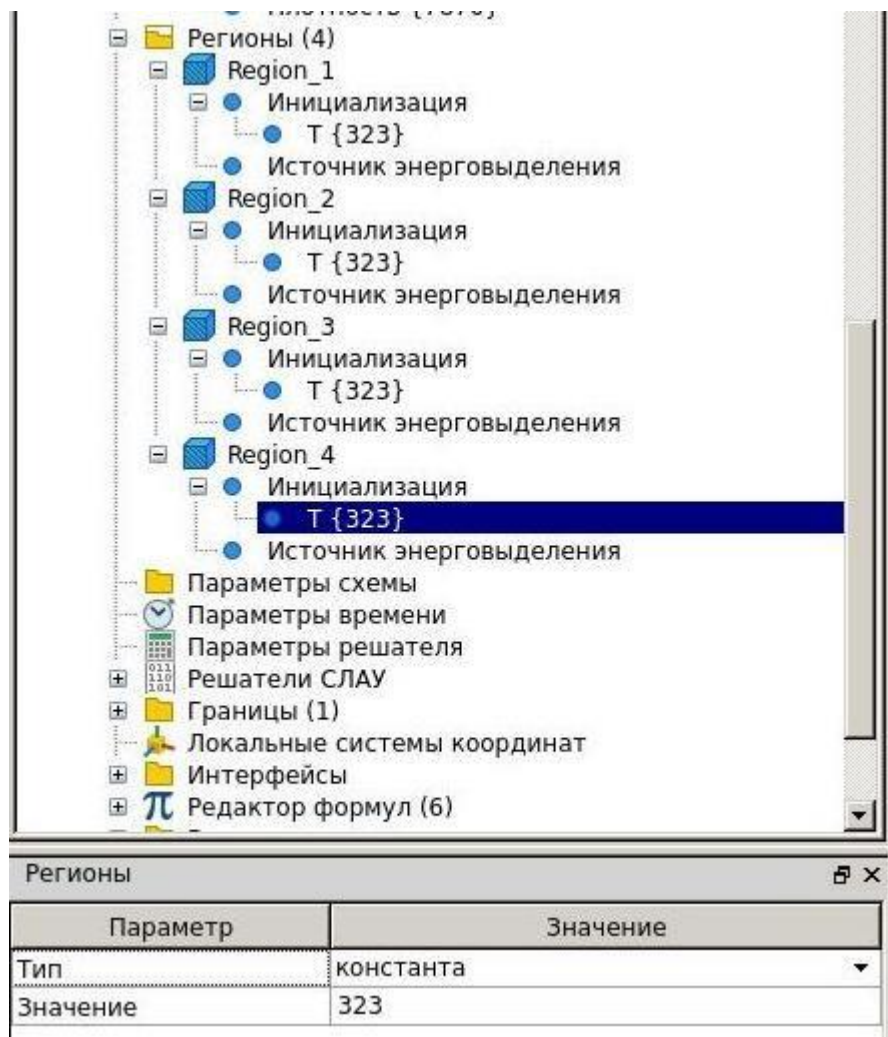


Рисунок 5.5. Инициализация температуры  $T$  регионов в ЛОГОС.Тепло

Ещё нужно добавить источник энергоснабжения, который в условии задачи обозначен как энергоснабжение центральной части  $Q_{вн}$ .

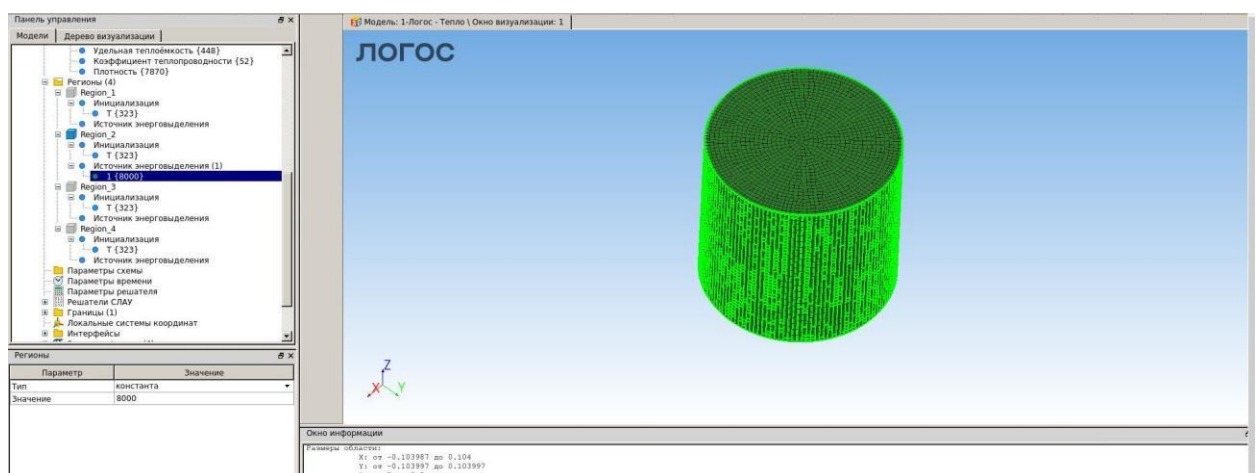


Рисунок 5.6. Добавление источника энергоснабжения в ЛОГОС.Тепло

Также мы должны задать параметры времени. В условии сказано, что конечный момент времени – 3600 с, шаг по времени – 60 с. Также нужно



убрать галочку в пункте “Прерывать по сходимости”, поскольку нам важно, чтобы задача решалась вплоть до конечного момента времени.

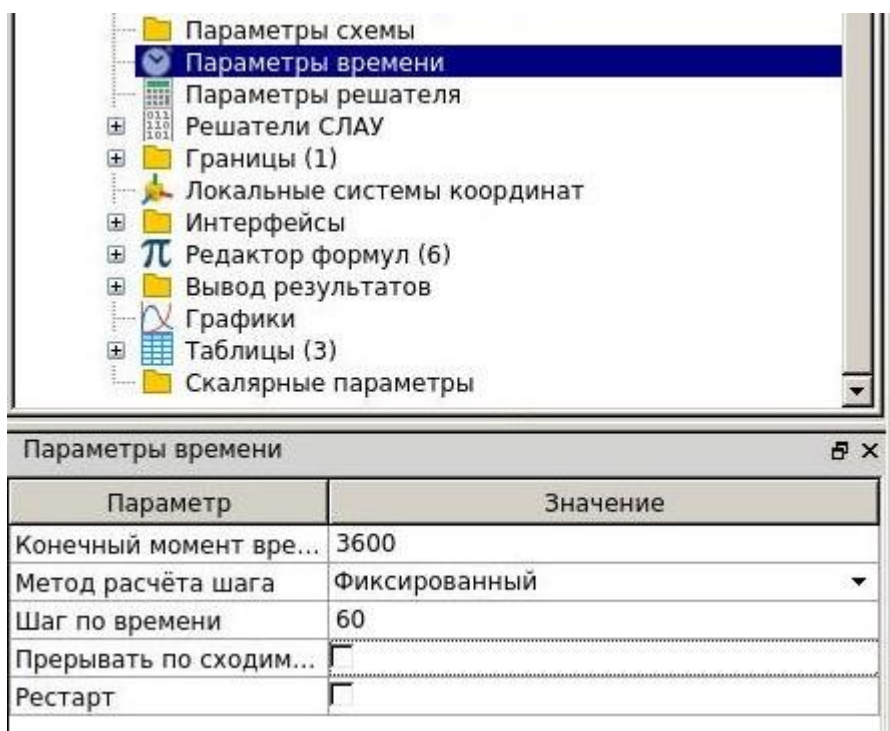


Рисунок 5.7. Задание параметров времени в ЛОГОС.Тепло

## 6. Создание наборов граней. Задание граничных условий.

Для того чтобы была возможна теплопередача между частями контейнера из разных материалов, нам нужно будет создать интерфейсы. Также нам нужно будет задать граничное условие конвективного теплообмена на внешней грани контейнера. Но прежде нам нужно создать наборы граней.

Для этого в узле “Наборы данных” выбираем “Наборы граней” и с помощью правой кнопки мыши выбираем “Добавить”. Нам нужно скрыть все регионы, кроме того, который содержит наружную часть контейнера. Также в верхнем меню мы должны выбрать пункты “Выбирать объекты на поверхности” (чтобы у нас выбирались только те грани, которые находятся на поверхности тел), “Подсвечивать объекты до выделения” (для удобства) и “Отбирать элементы по углу” (по умолчанию оставляем угол 30.0). Всего нам нужно создать 11 новых наборов граней – внешнюю поверхность для конвективного теплообмена, 2 набора граней для создания интерфейса между внешней частью и средней частью, 2 набора граней для создания интерфейса между средней частью и внутренней частью и по 2 набора граней для создания интерфейса между крышкой и всеми остальными частями контейнера. Также нам понадобится во время создания наборов граней поочередно скрывать и показывать нужные нам регионы.

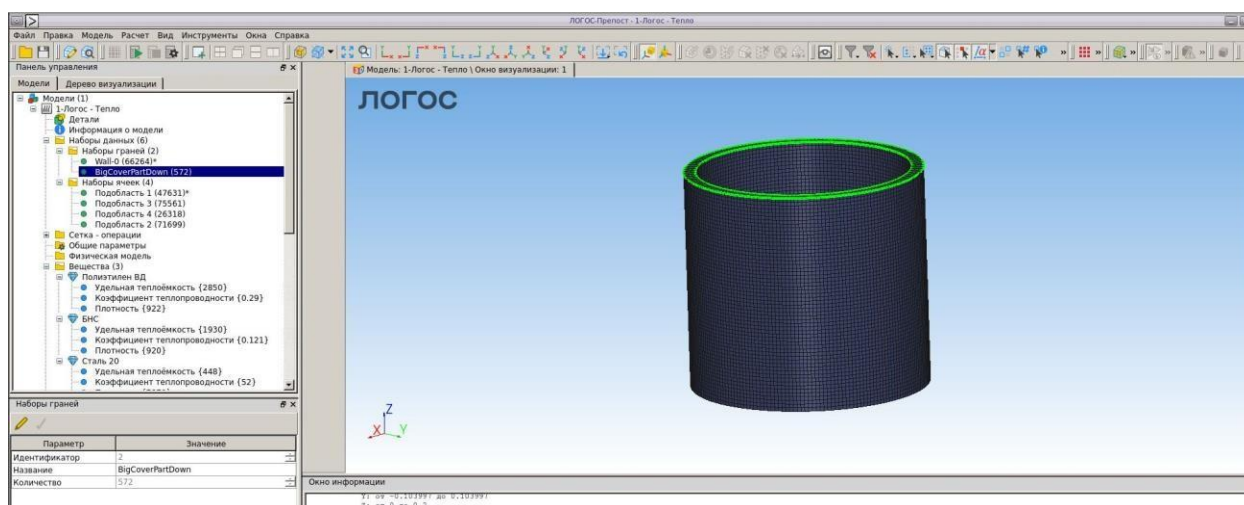


Рисунок 6.1. Создание набора граней BigCoverPartDown в ЛОГОС.Тепло

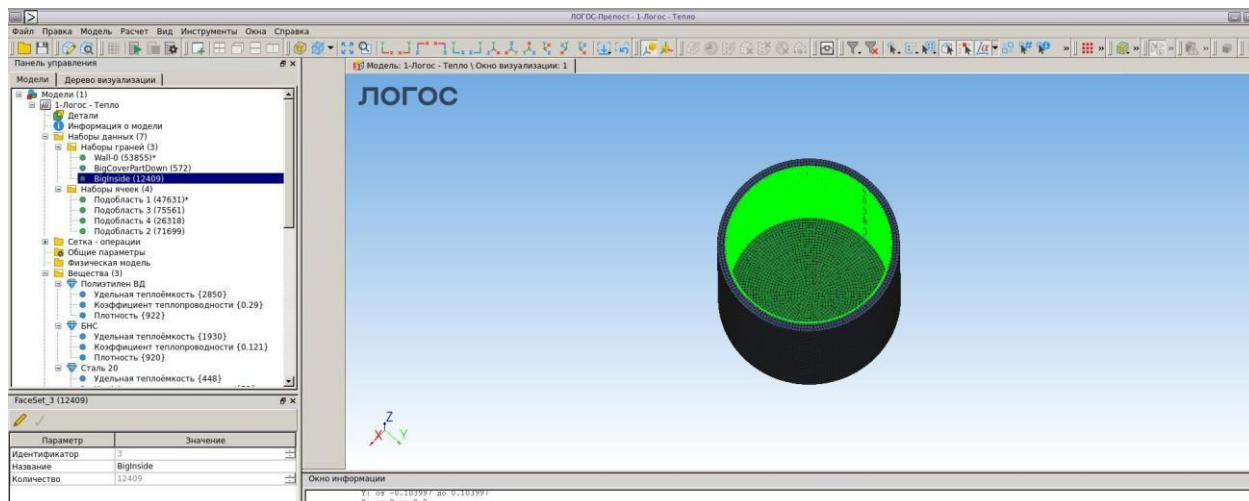


Рисунок 6.2. Создание набора граней BigInside в ЛОГОС.Тепло

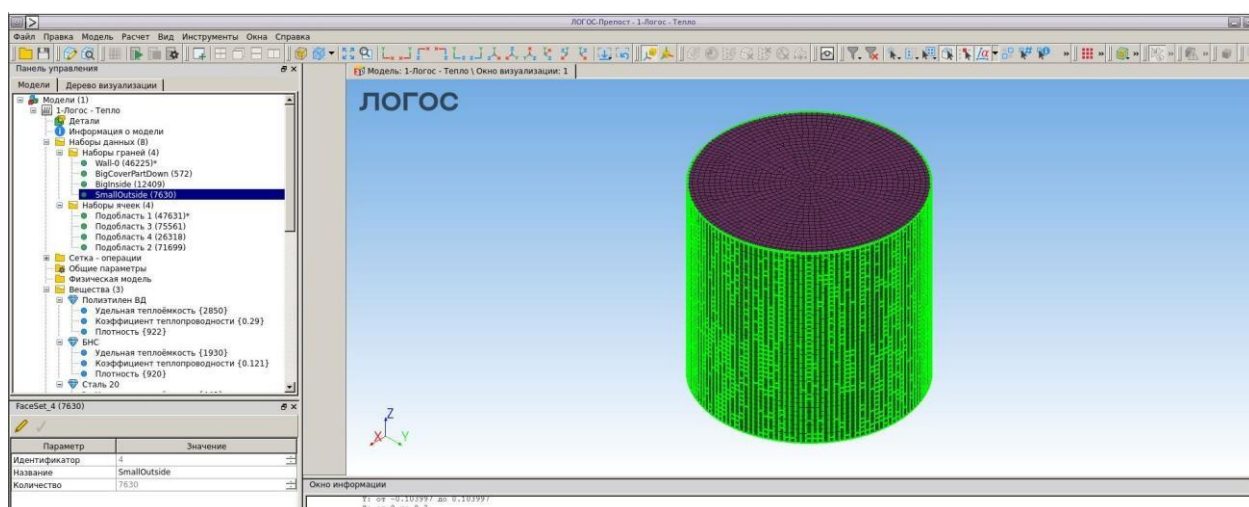


Рисунок 6.3. Создание набора граней SmallOutside в ЛОГОС.Тепло

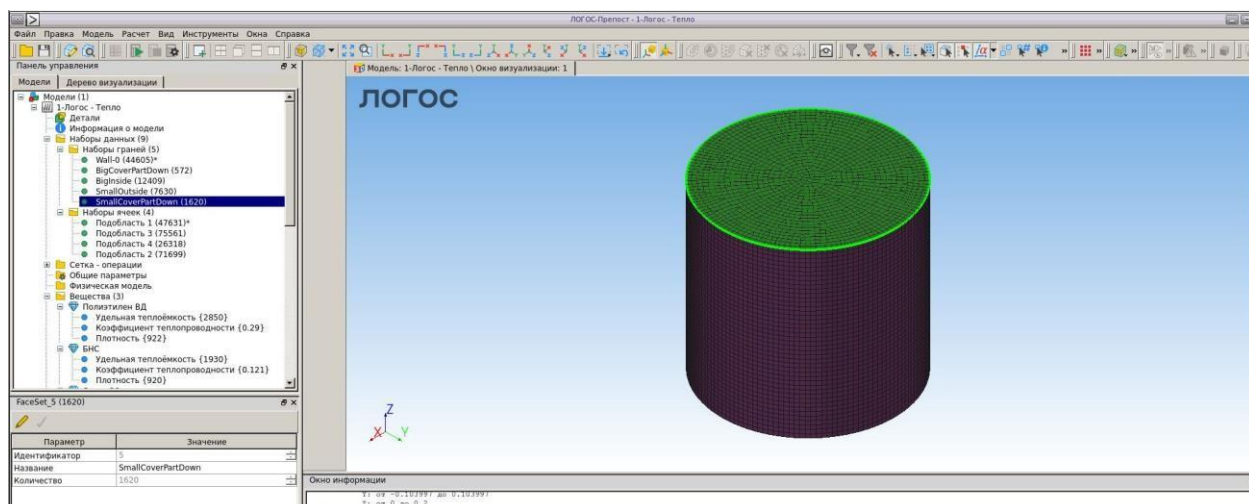


Рисунок 6.4. Создание набора граней SmallCoverPartDown в ЛОГОС.Тепло

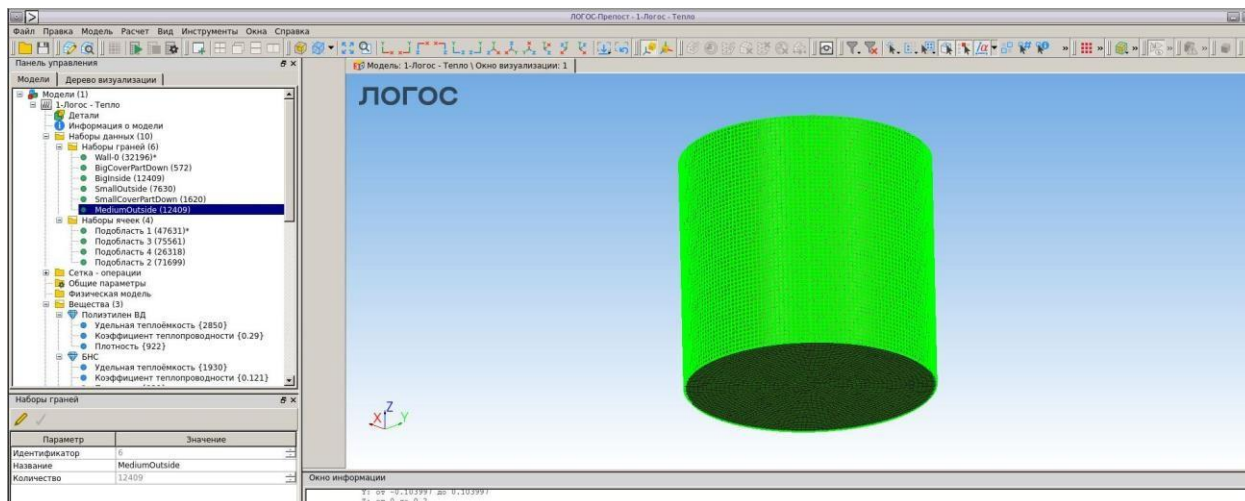


Рисунок 6.5. Создание набора граней MediumOutside в ЛОГОС.Тепло

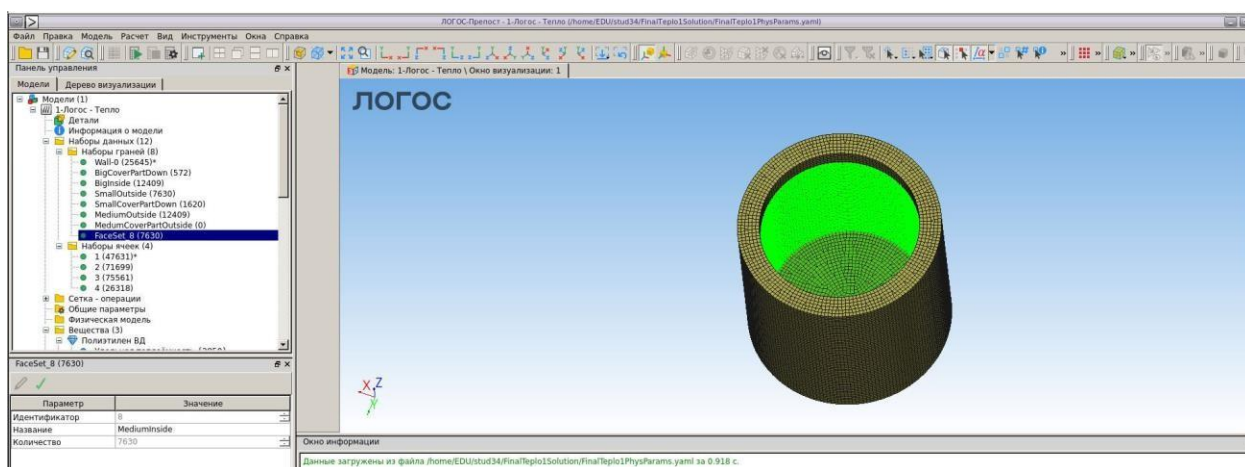


Рисунок 6.6. Создание набора граней MediumInside в ЛОГОС.Тепло

Хотелось бы отметить, что при включенной опции “Отбор элементов по углу” выбираются все грани, принадлежащие внутренней поверхности средней части, но в наборе граней MediumInside нам нужны только те грани, которые расположены ниже плоскости  $z = 0.17$  (м). Если отключить опцию “Отбор элементов по углу”, то не получается добавить грани по цилиндру, поскольку данный инструмент работает не совсем корректно. Решением стало удаление граней выше плоскости  $z = 0.17$  (м) вручную по точкам. Аналогичная ситуация наблюдалась с набором граней MediumCoverPartDown, MediumCoverPartUp и BigCoverPartUp.



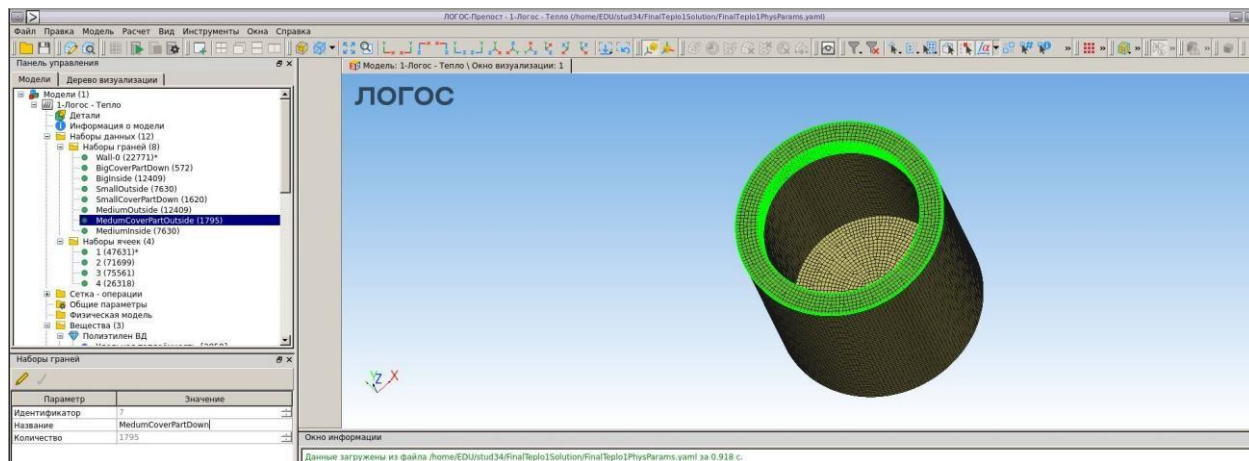


Рисунок 6.7. Создание набора граней MediumCoverPartDown в ЛОГОС.Тепло

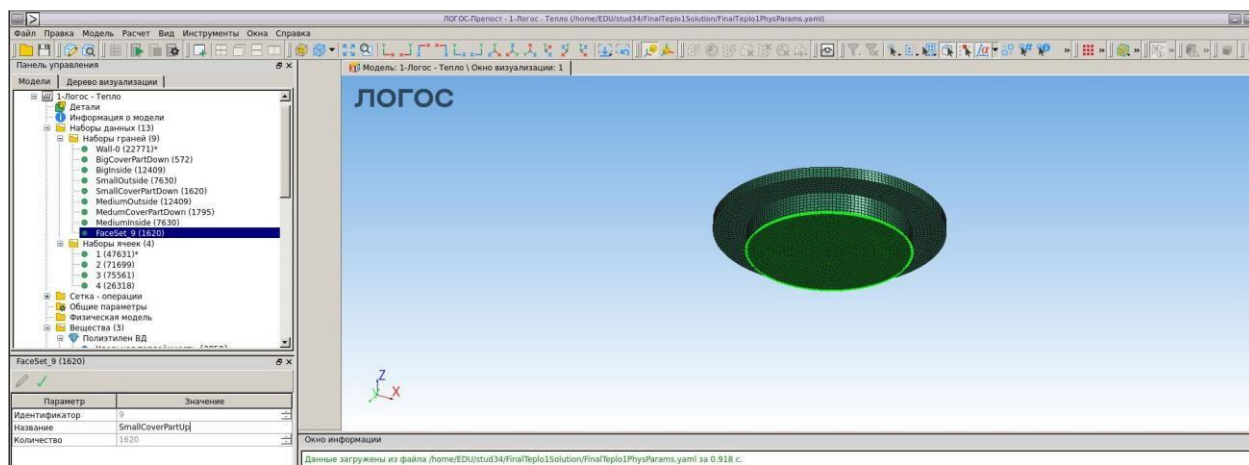


Рисунок 6.8. Создание набора граней SmallCoverPartUp в ЛОГОС.Тепло

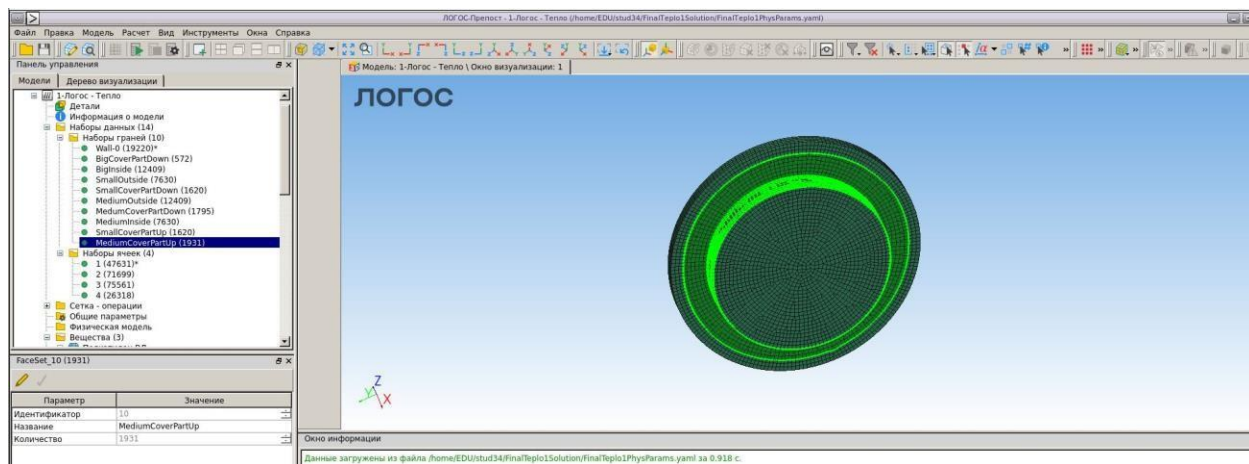


Рисунок 6.9. Создание набора граней MediumCoverPartUp в ЛОГОС.Тепло

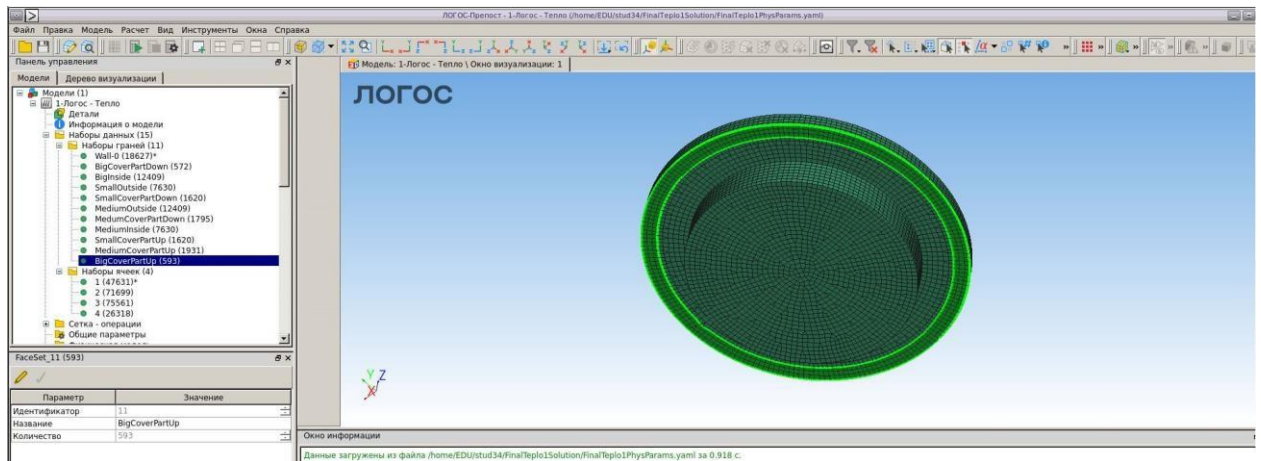


Рисунок 6.10. Создание набора граней BigCoverPartUp в ЛОГОС.Тепло

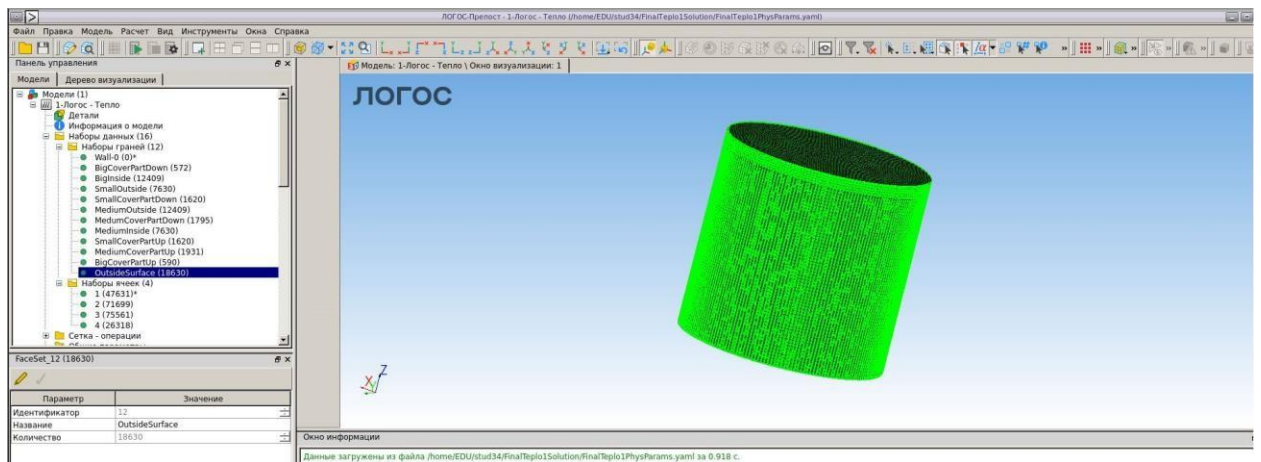


Рисунок 6.11. Создание набора граней OutsideSurface в ЛОГОС.Тепло

Мы видим, что все наборы граней появились также в узле “Границы”. Далее нам нужно задать граничные условия. На всех границах, кроме OutsideSurface, оставляем граничное условие типа “Теплоизолированная стенка”. А на границе OutsideSurface задаём граничное условие типа “Конвективный теплообмен”.

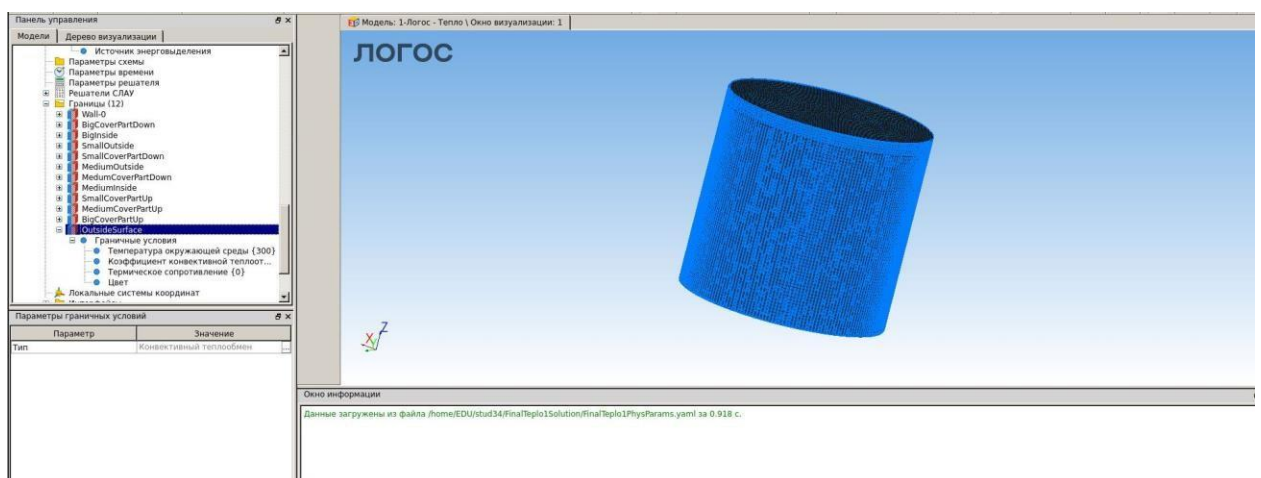


Рисунок 6.12. Задание граничного условия конвективного теплообмена на OutsideSurface в ЛОГОС.Тепло



Теперь нужно задать параметры конвективного теплообмена: температуру окружающей среды (в условии задачи  $T_{\text{ср}} = 50^{\circ}\text{C} = 323 \text{ K}$ ) и коэффициент конвективной теплоотдачи (в условии задачи  $\alpha = 10 \text{ Вт}/(\text{К}\cdot\text{м}^2)$ ). Поскольку про наличие термического сопротивления в условии сказано не было, оставляем этот пункт без изменений.

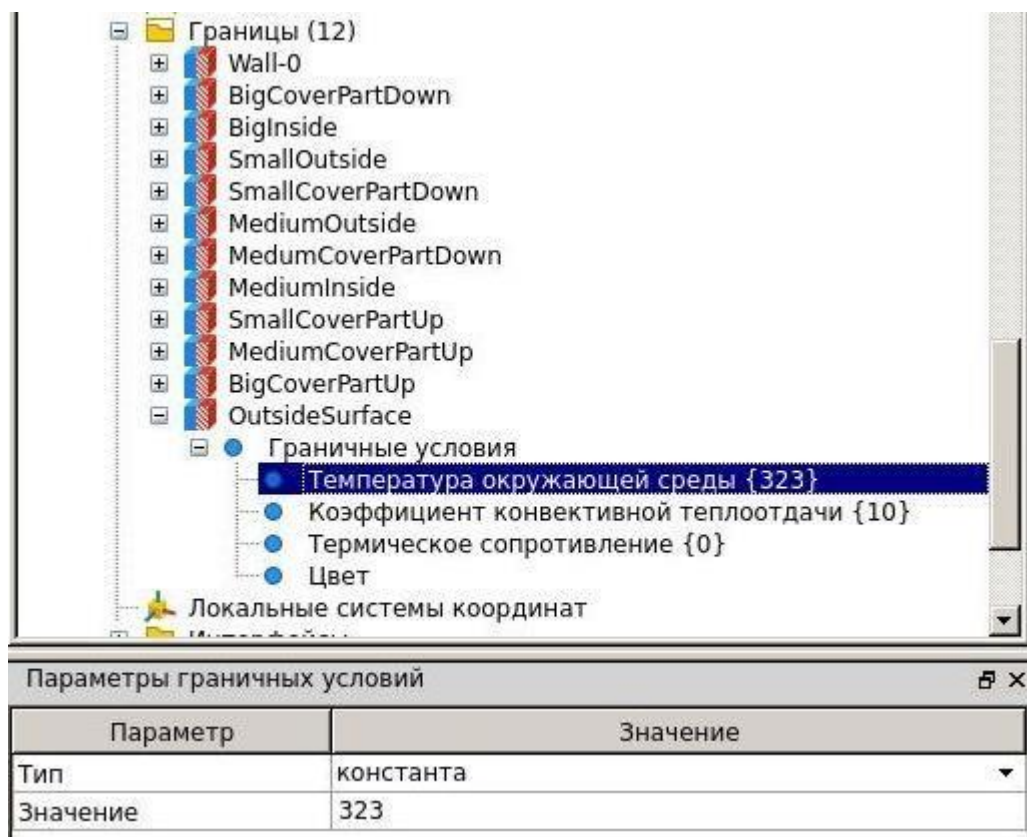


Рисунок 6.13. Задание температуры окружающей среды для граничного условия конвективного теплообмена на OutsideSurface в ЛОГОС.Тепло

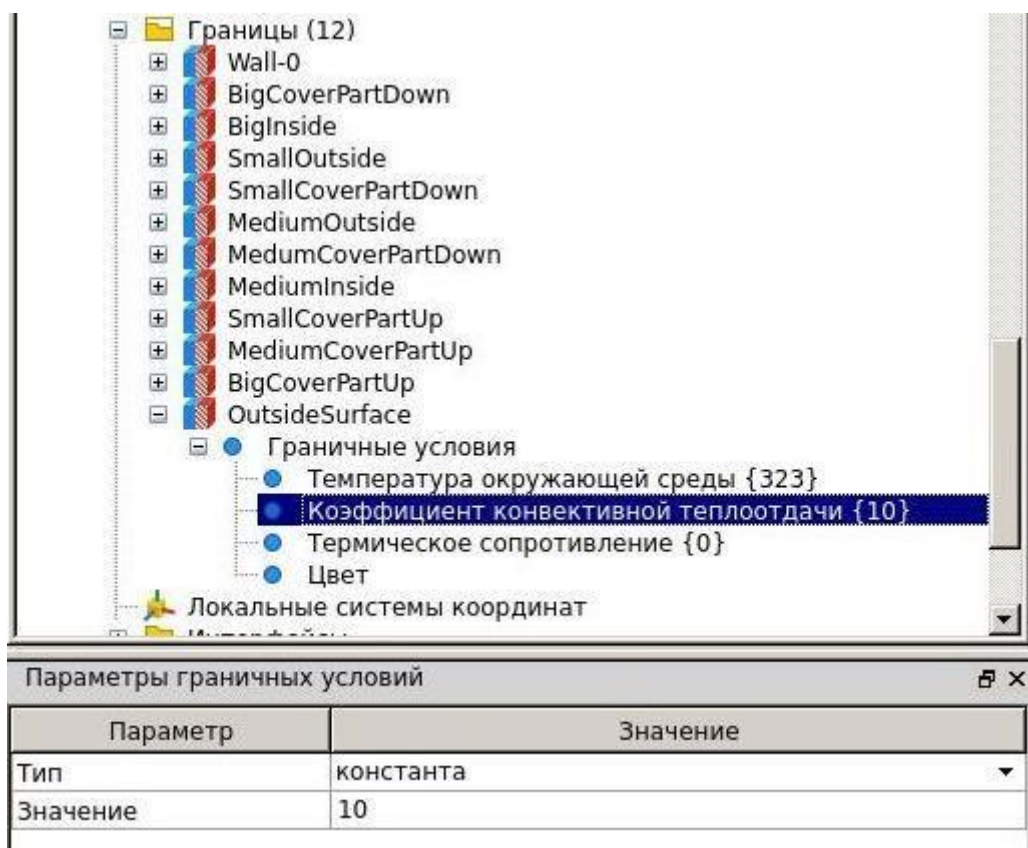


Рисунок 6.14. Задание коэффициента конвективной теплоотдачи для граничного условия конвективного теплообмена на OutsideSurface в ЛОГОС.Тепло

## 7. Добавление интерфейсов и задание их свойств.

Теперь создаём вышеозначенные 5 контактных интерфейсов: между внешней и средней частями контейнера, средней и внутренней частями, внешней частью и крышкой, средней частью и крышкой и внутренней частью и крышкой, соответственно. Параметры для всех будут одинаковые: “Максимальный зазор” устанавливаем равным 0.01, пункты “Термическое сопротивление” и “Энерговыведение” оставляем неотмеченными.

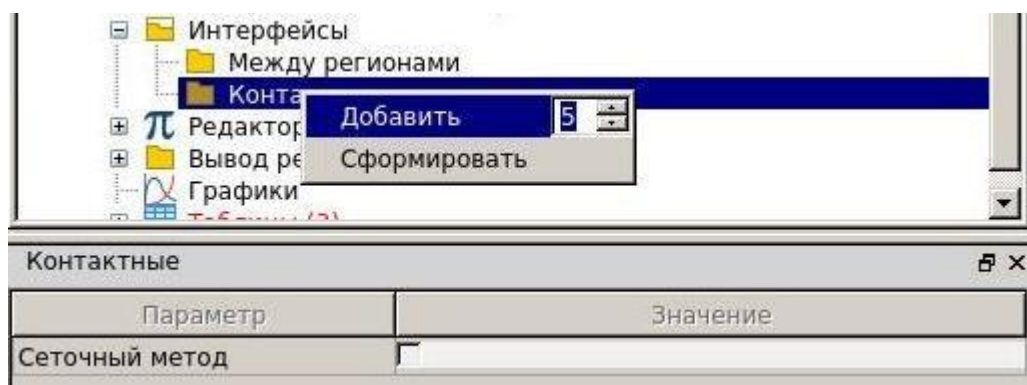


Рисунок 7.1. Добавление контактных интерфейсов в ЛОГОС.Тепло

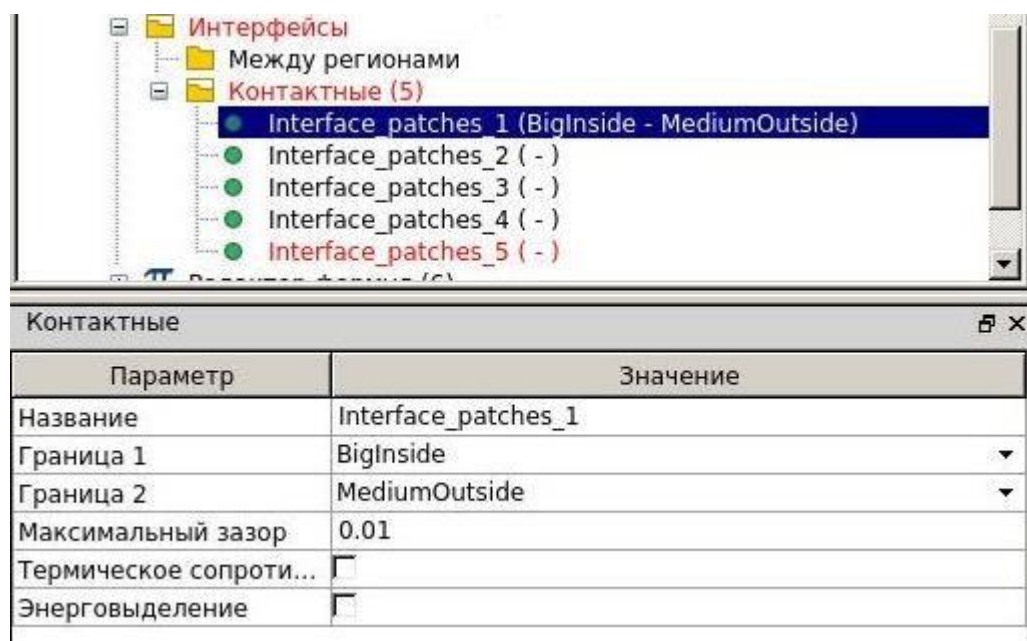


Рисунок 7.2. Задание свойств контактного интерфейса 1 в ЛОГОС.Тепло

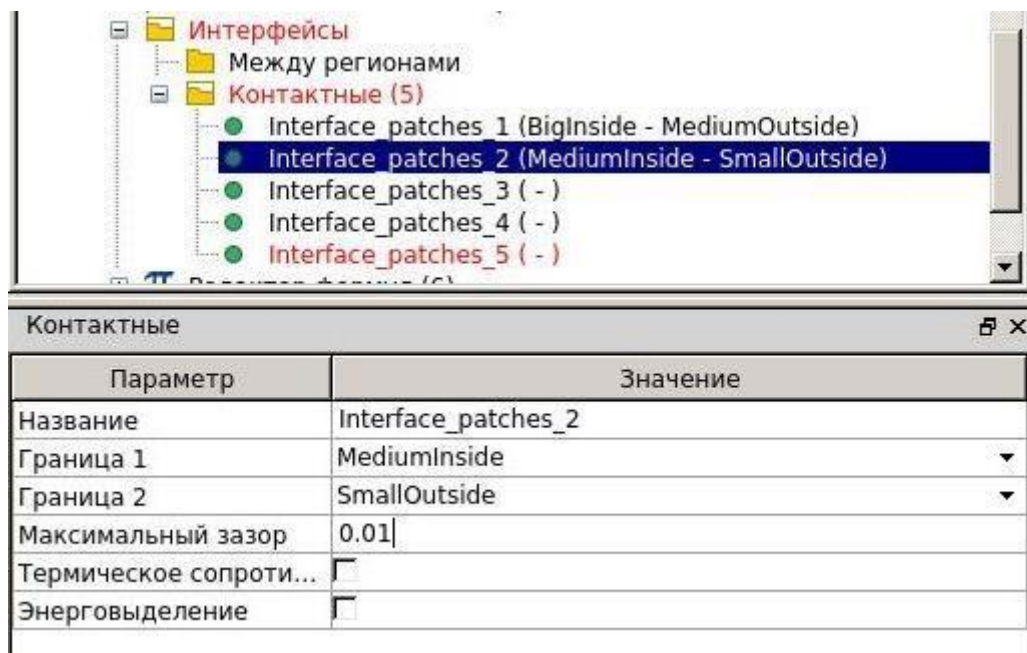


Рисунок 7.3. Задание свойств контактного интерфейса 2 в ЛОГОС.Тепло

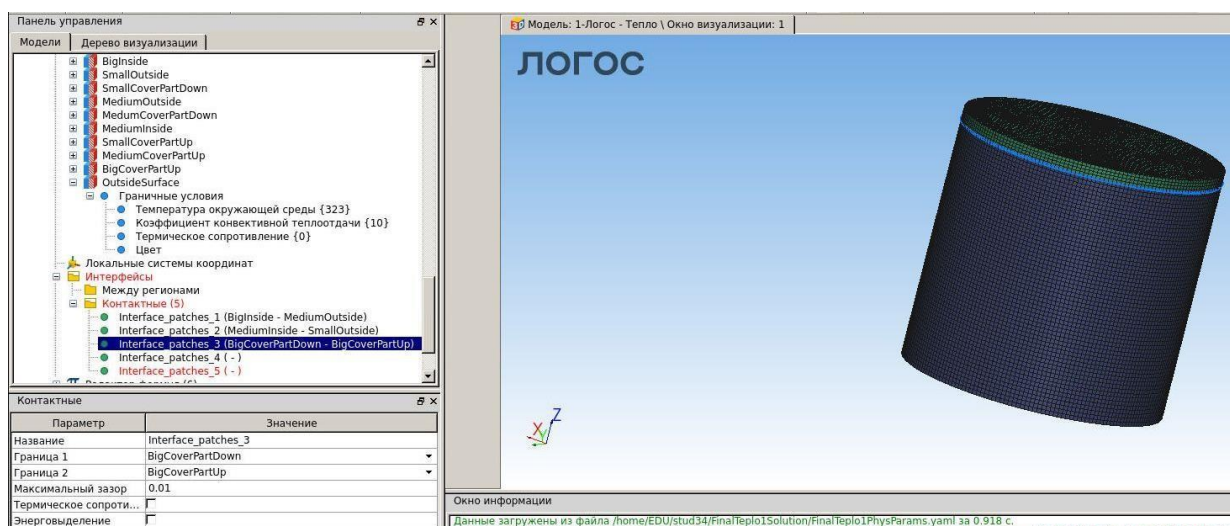


Рисунок 7.4. Задание свойств контактного интерфейса 3 в ЛОГОС.Тепло

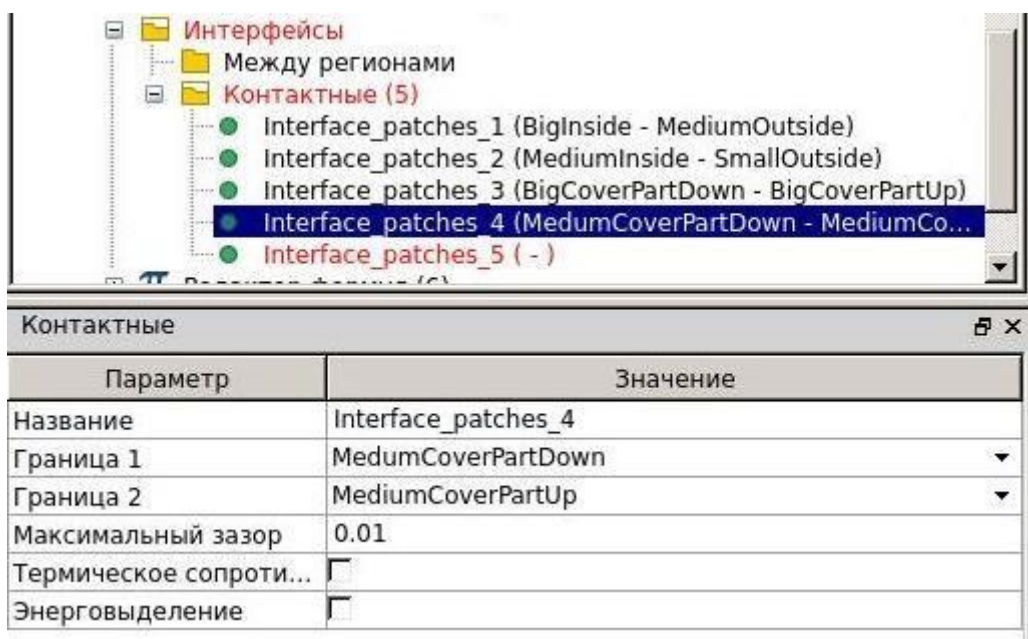


Рисунок 7.5. Задание свойств контактного интерфейса 4 в ЛОГОС.Тепло

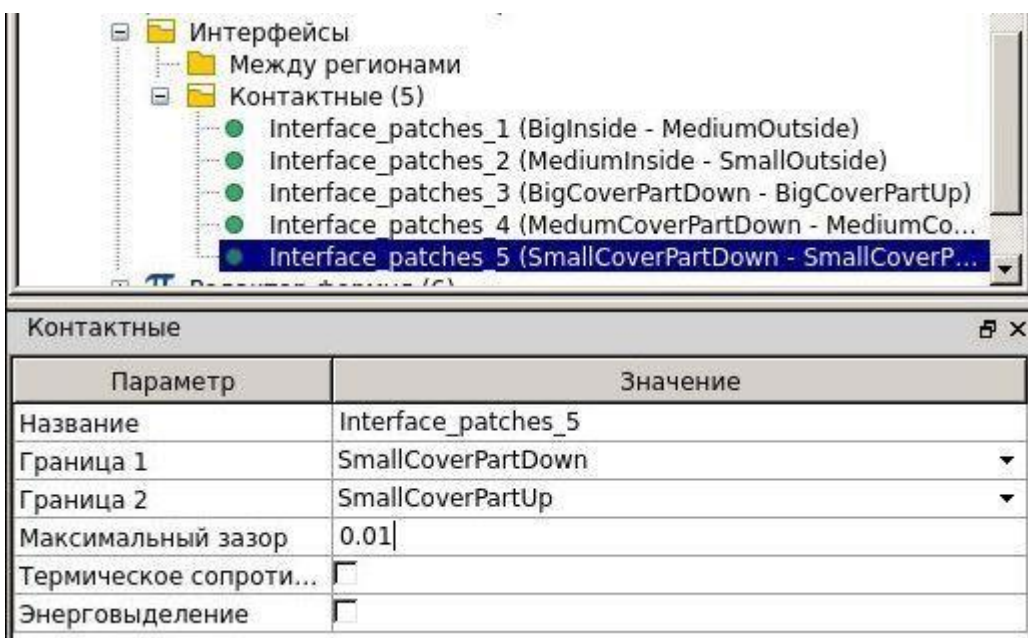


Рисунок 7.6. Задание свойств контактного интерфейса 5 в ЛОГОС.Тепло



## 8. Настройка вывода результатов и оставшихся параметров расчёта.

Теперь нам нужно настроить вывод результатов – добавить те поля, которые мы сможем обработать и проанализировать позднее в постпроцессоре ScientificView. Для этого в пункте Вывод результатов -> Список полей для визуализации -> Поля на гранях выбираем “Добавить”. В появившемся поле на грани настраиваем параметр “Граница” и добавляем туда все ранее созданные границы. В параметре “Поля для вывода” также для удобства добавляем все доступные поля.

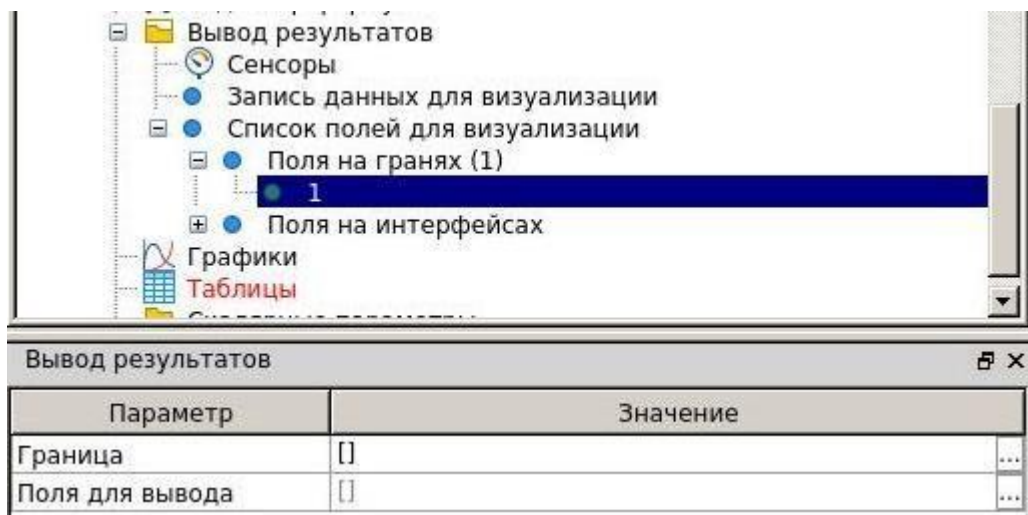


Рисунок 8.1. Настройка вывода результатов в ЛОГОС.Тепло

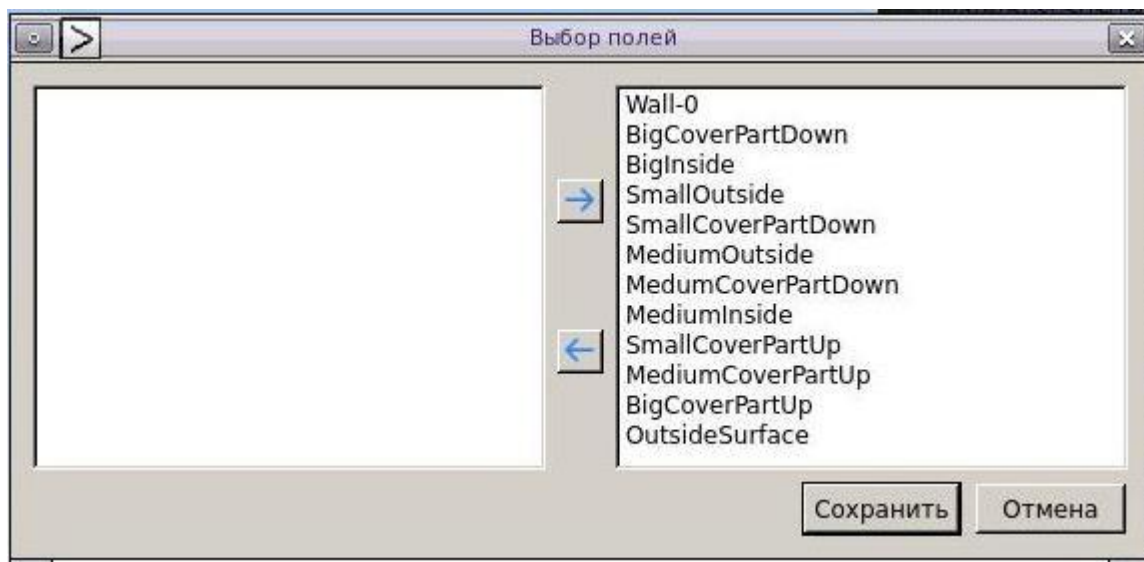


Рисунок 8.2. Добавление границ в полях на гранях в выводе результатов в ЛОГОС.Тепло



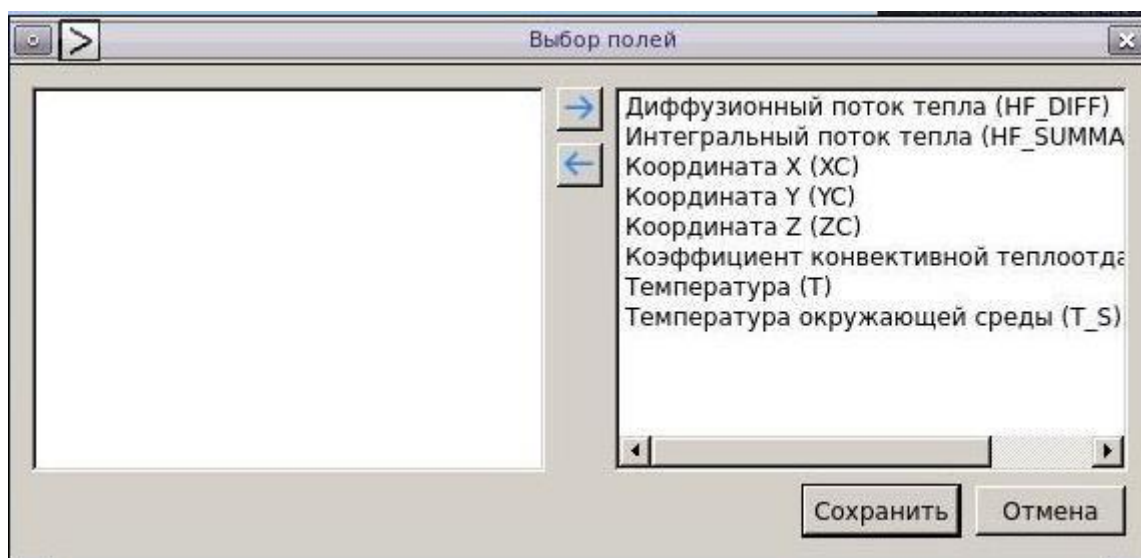


Рисунок 8.3. Добавление полей для вывода в полях на гранях в выводе результатов в ЛОГОС.Тепло

Теперь нам нужно произвести настройку ранее не затронутых пунктов дерева проекта. В пункте “Сетка - операции” изменений произведено не было, поэтому ниже будут приведены различные параметры этого пункта, заданные по умолчанию.

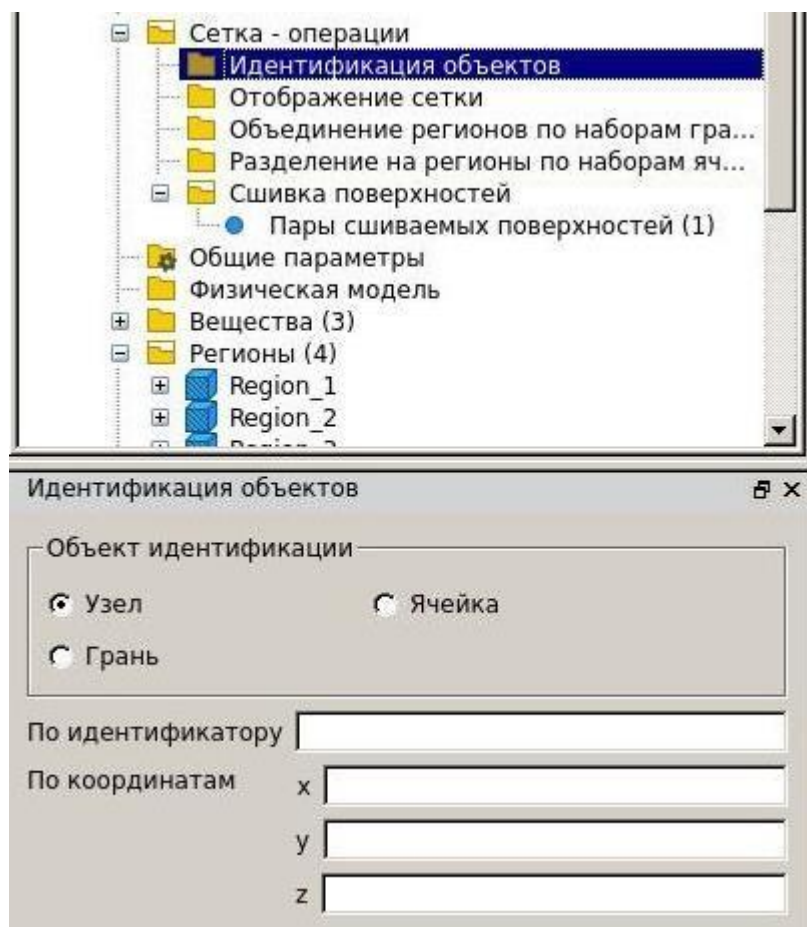


Рисунок 8.4. Параметры пункта Сетка – операции -> Идентификация объектов в ЛОГОС.Тепло

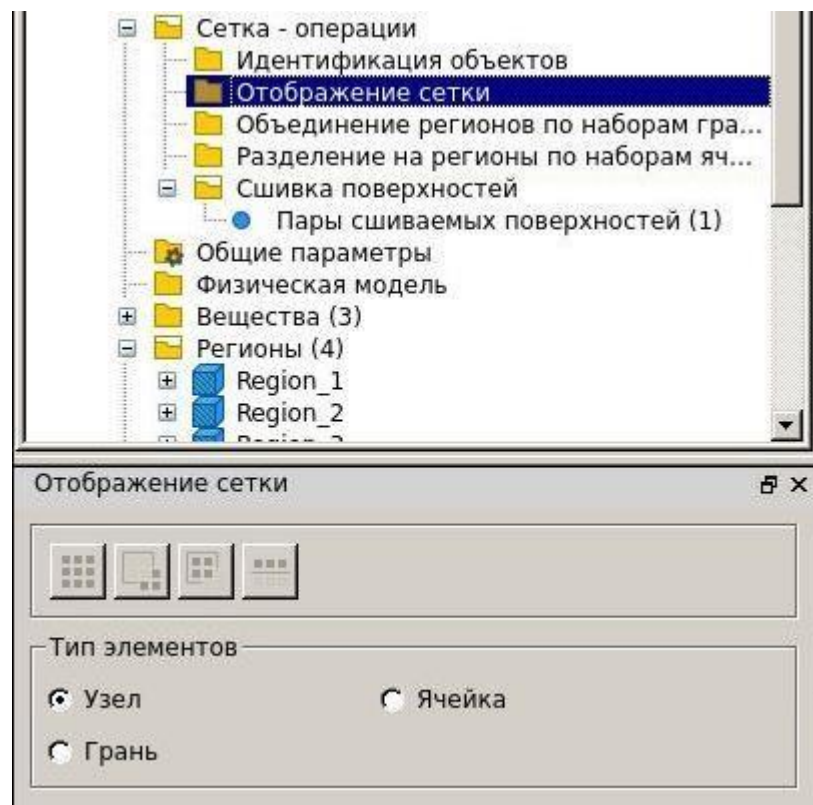


Рисунок 8.5. Параметры пункта Сетка – операции -> Отображение сетки в ЛОГОС.Тепло

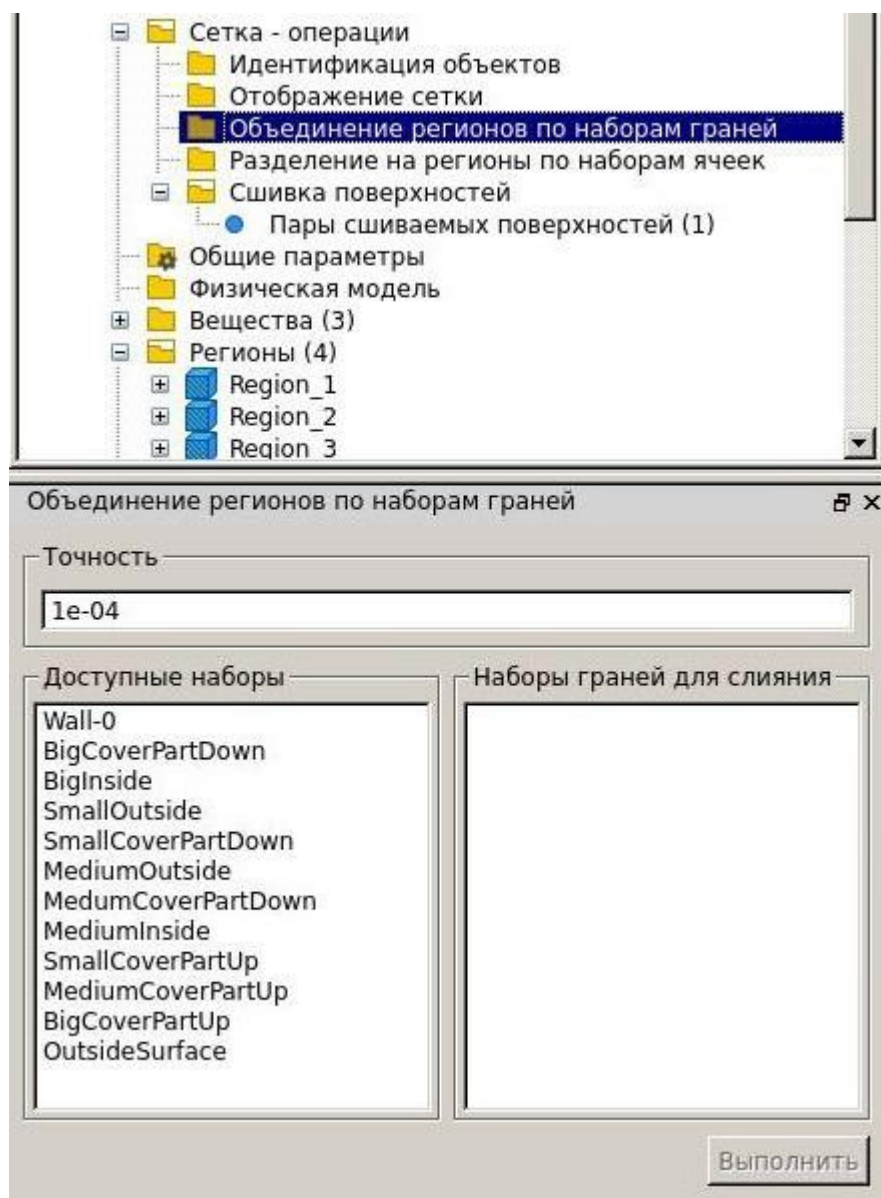


Рисунок 8.6. Параметры пункта Сетка – операции -> Объединение регионов по наборам граней в ЛОГОС.Тепло

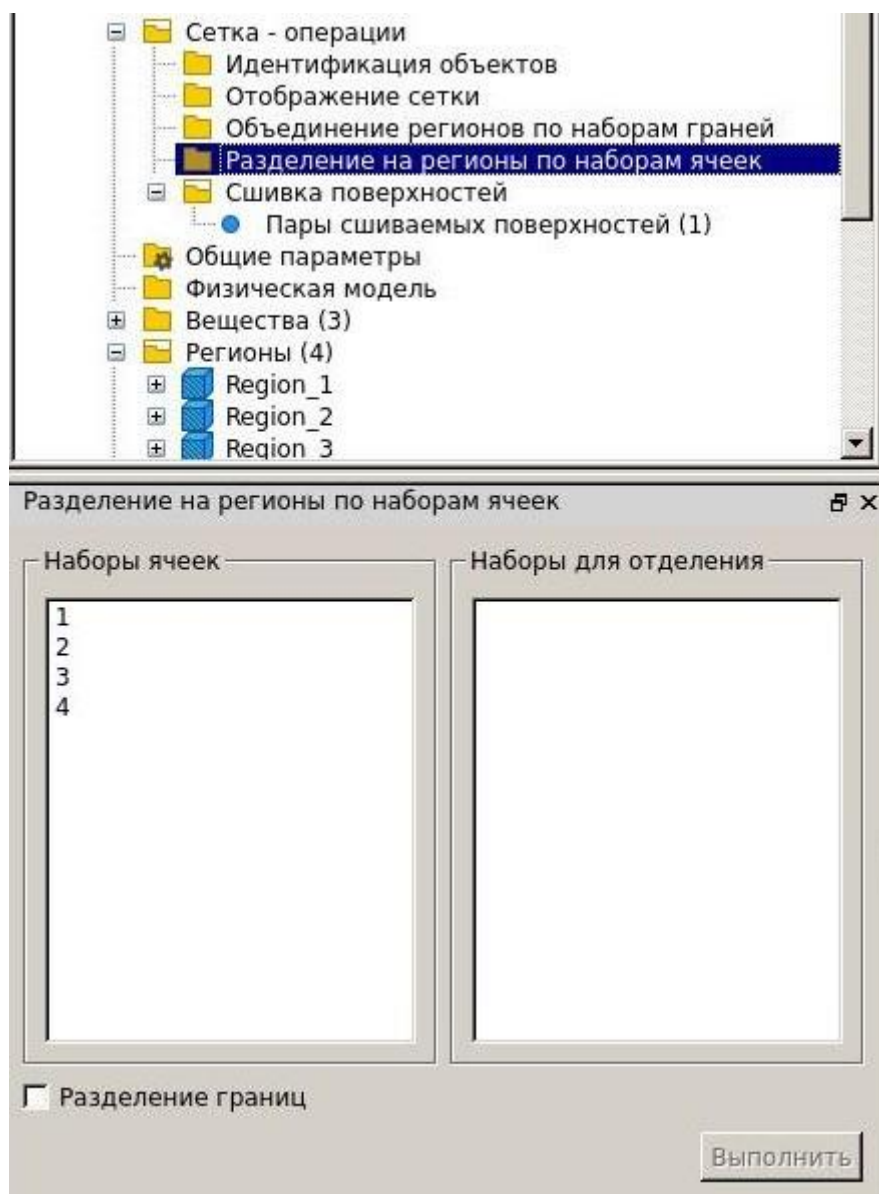


Рисунок 8.7. Параметры пункта Сетка – операции -> Разделение на регионы по наборам ячеек в ЛОГОС.Тепло

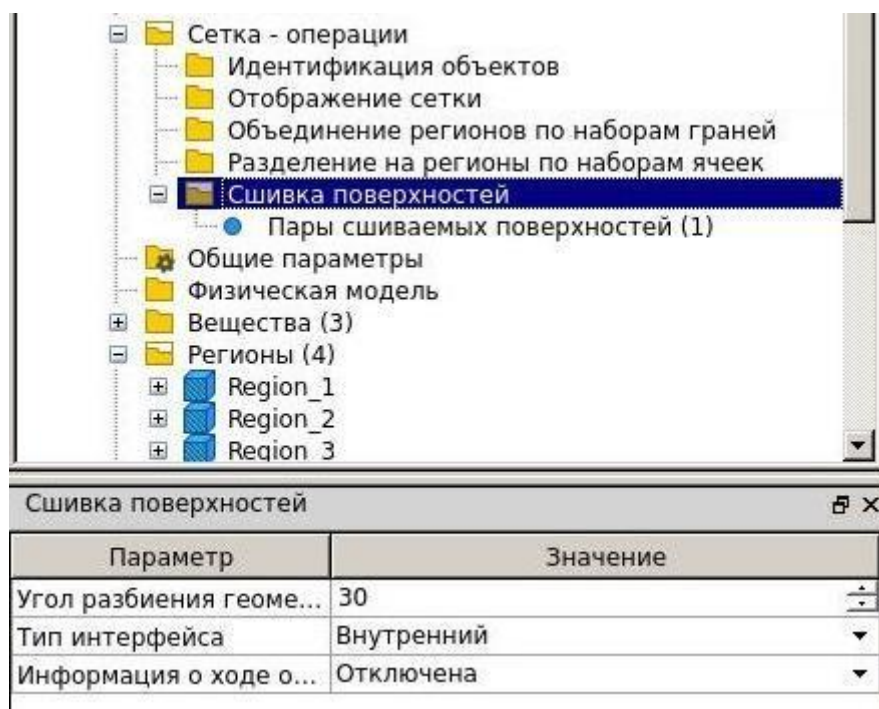


Рисунок 8.8. Параметры пункта Сетка – операции -> Сшивка поверхностей в ЛОГОС.Тепло

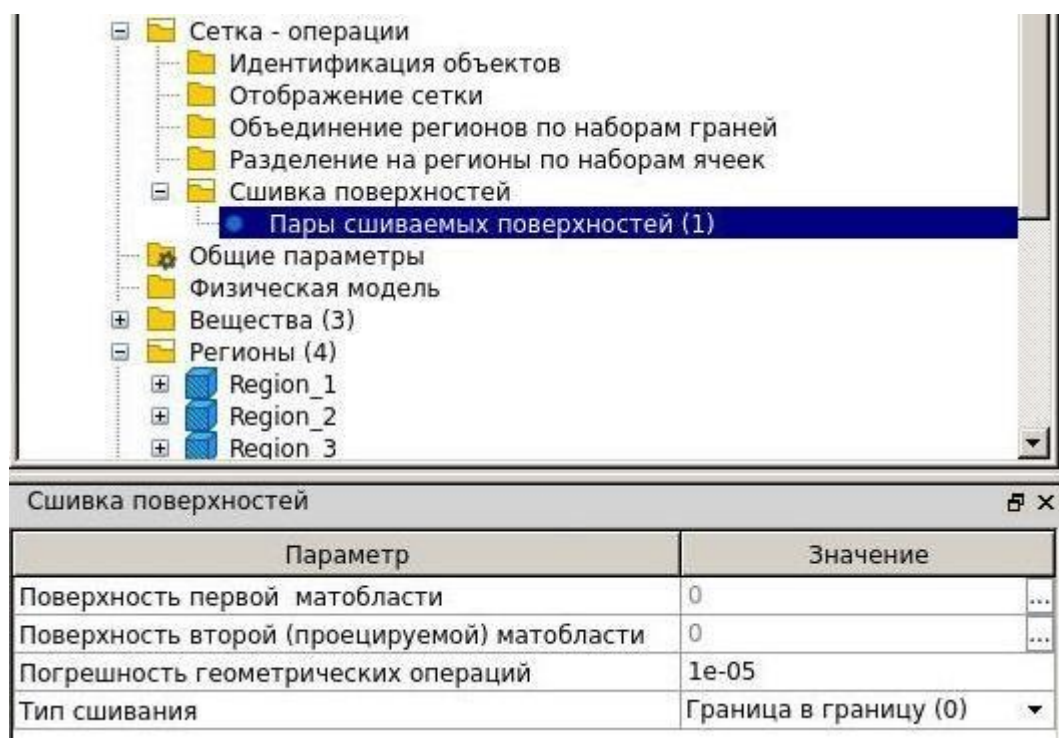


Рисунок 8.9. Параметры пункта Сетка – операции -> Сшивка поверхностей -> Пары сшиваемых поверхностей в ЛОГОС.Тепло

Далее смотрим пункт “Физическая модель”. Поскольку в данной задаче нет излучения, терморазложения и всего, что указано в данном меню, то этот пункт мы оставляем без изменений – галочки не стоят ни у одного параметра.



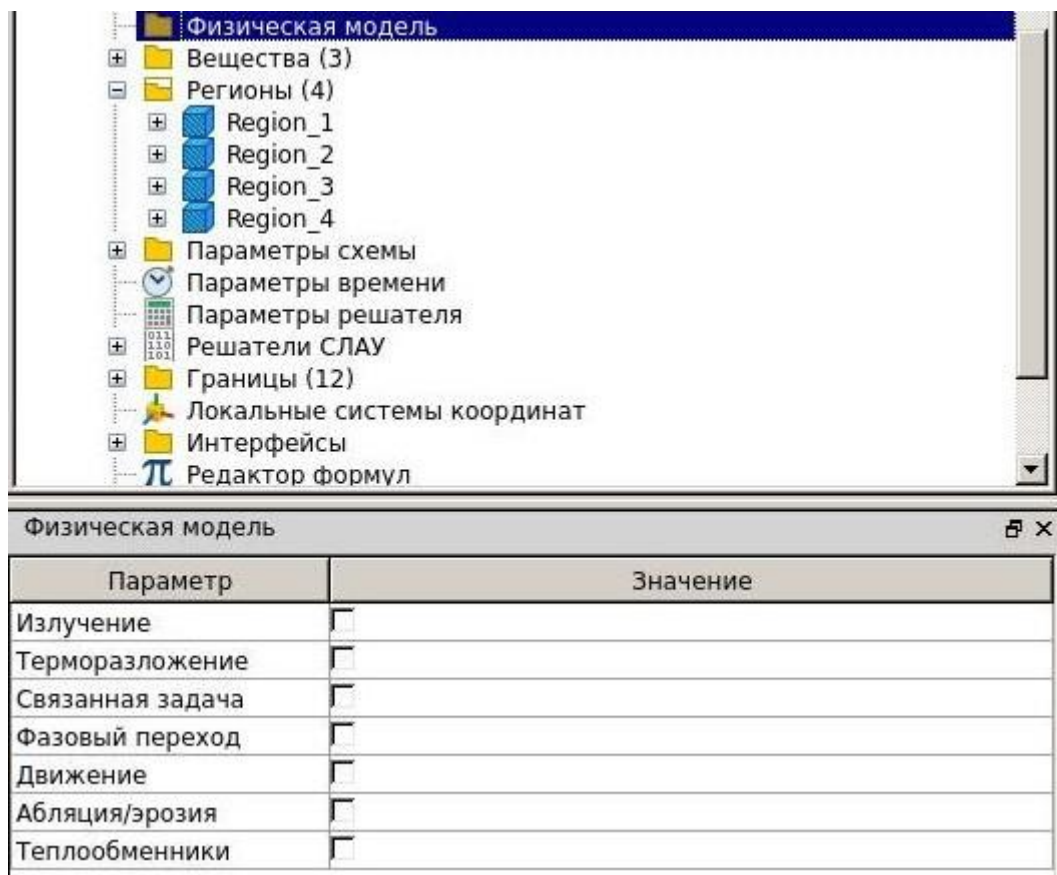


Рисунок 8.10. Параметры пункта Физическая модель в ЛОГОС.Тепло

Также из пункта “Регионы” приведём итоговый вид каждого из 4 регионов в препроцессоре.

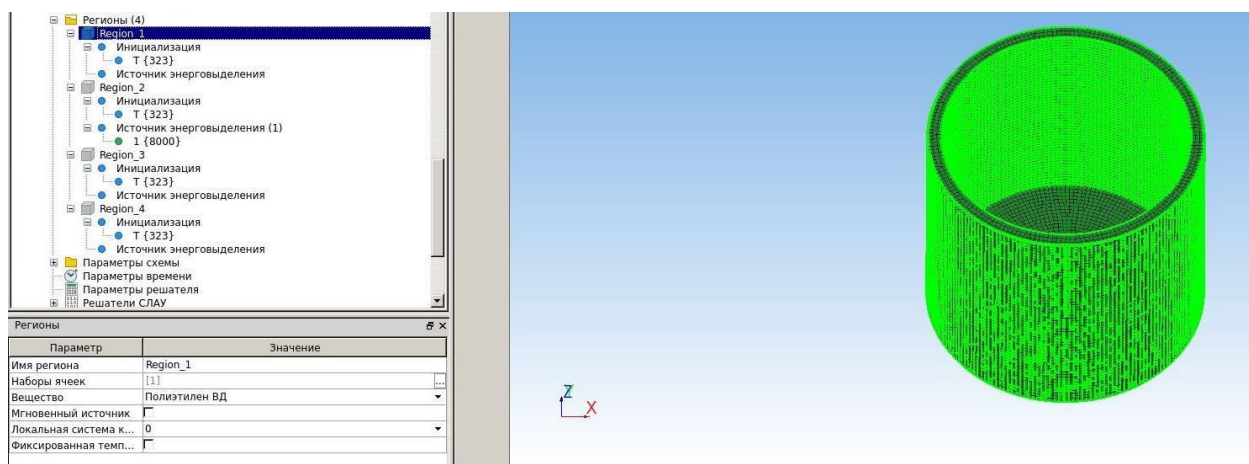


Рисунок 8.11. Итоговый вид региона 1 (внешней части контейнера) в ЛОГОС.Тепло

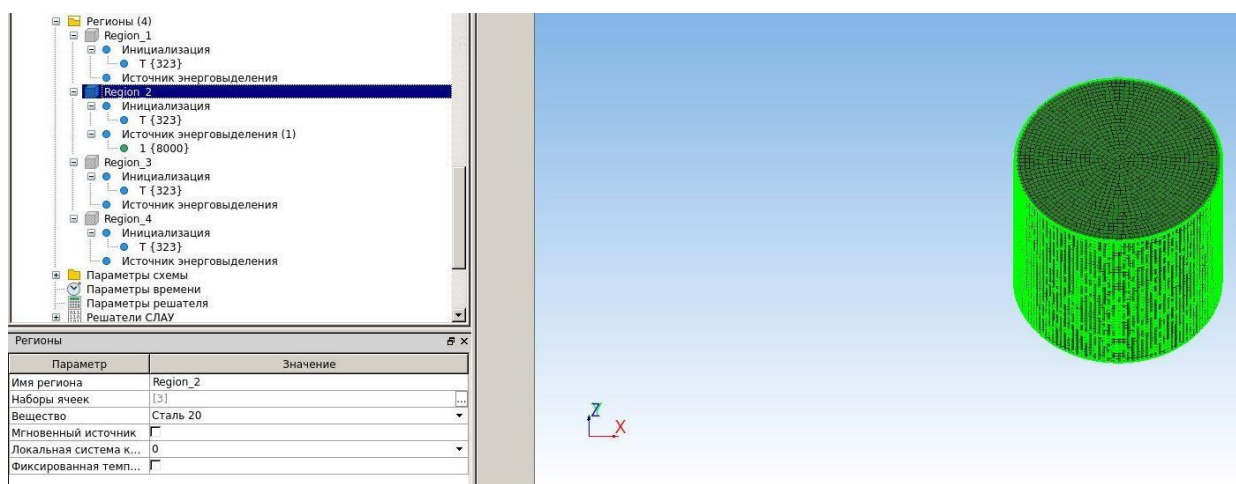


Рисунок 8.12. Итоговый вид региона 2 (центральной части контейнера) в ЛОГОС.Тепло

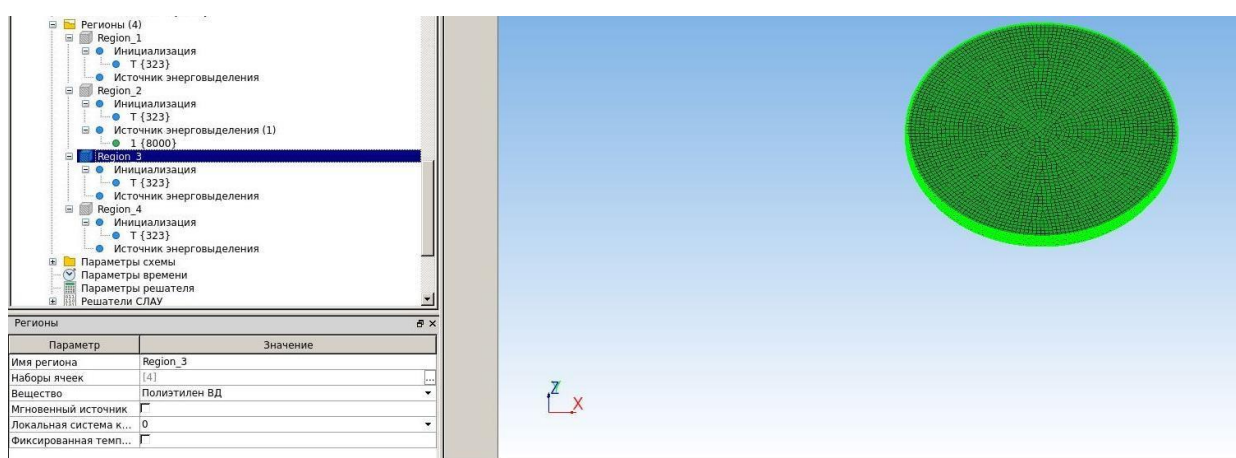


Рисунок 8.13. Итоговый вид региона 3 (крышки контейнера) в ЛОГОС.Тепло

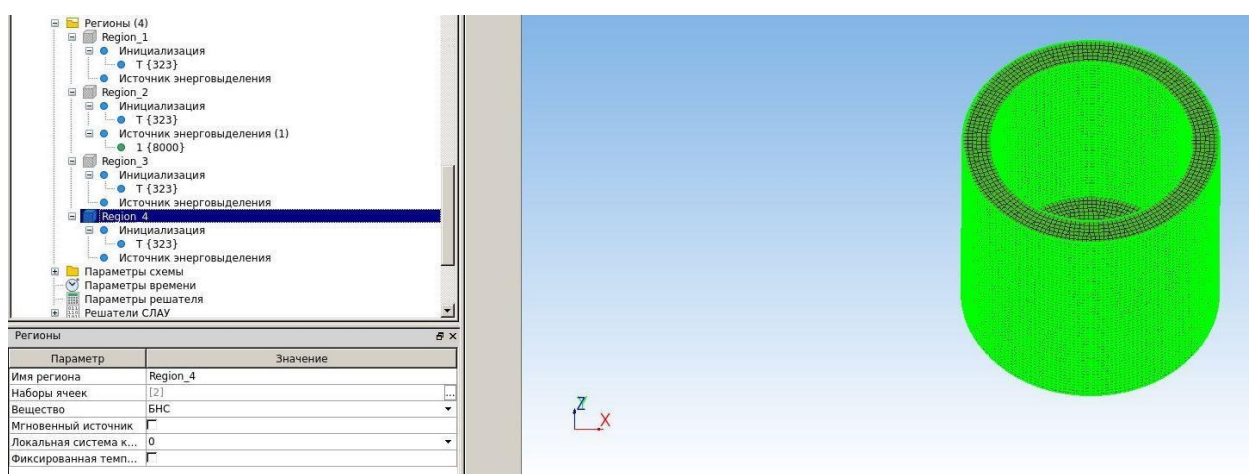


Рисунок 8.14. Итоговый вид региона 4 (средней части контейнера) в ЛОГОС.Тепло

Далее рассмотрим пункт “Параметры схемы”. Здесь порядок точности по времени и по пространству оставляем по умолчанию – первый, расчёт градиентов будем вести методом наименьших квадратов, так как в справке по ЛОГОС.Тепло сказано, что он даёт наилучшие результаты. Оставляем

галочку в пункте “Использовать неортогональную коррекцию”, оставляем пункт “Итерирование градиентов” неотмеченным, а в пункте “Обработка плохих ячеек” для улучшения качества решения ставим галочку.



Рисунок 8.15. Задание параметров схемы в ЛОГОС.Тепло

Параметры в подпунктах “Критерии определения плохих ячеек” и “Обработка плохих ячеек” оставляем по умолчанию.



Рисунок 8.16. Параметры пункта Параметры схемы -> Критерии определения плохих ячеек в ЛОГОС.Тепло



Рисунок 8.17. Параметры пункта Параметры схемы -> Обработка плохих ячеек в ЛОГОС.Тепло

Далее рассмотрим пункт “Параметры решателя”. Все параметры в нём оставляем по умолчанию.



Рисунок 8.18. Задание параметров решателя в ЛОГОС.Тепло

В подпунктах “Т” и “Move” пункта “Решатели СЛАУ” также все параметры оставляем по умолчанию.





Рисунок 8.19. Параметры пункта Решатели СЛАУ -> Т в ЛОГОС.Тепло



Рисунок 8.20. Параметры пункта Решатели СЛАУ -> Move в ЛОГОС.Тепло

Также приведём параметры вышеупомянутого пункта “Вывод результатов” и некоторых его подпунктов. Они были оставлены по умолчанию.





Рисунок 8.21. Параметры пункта Вывод результатов в ЛОГОС.Тепло

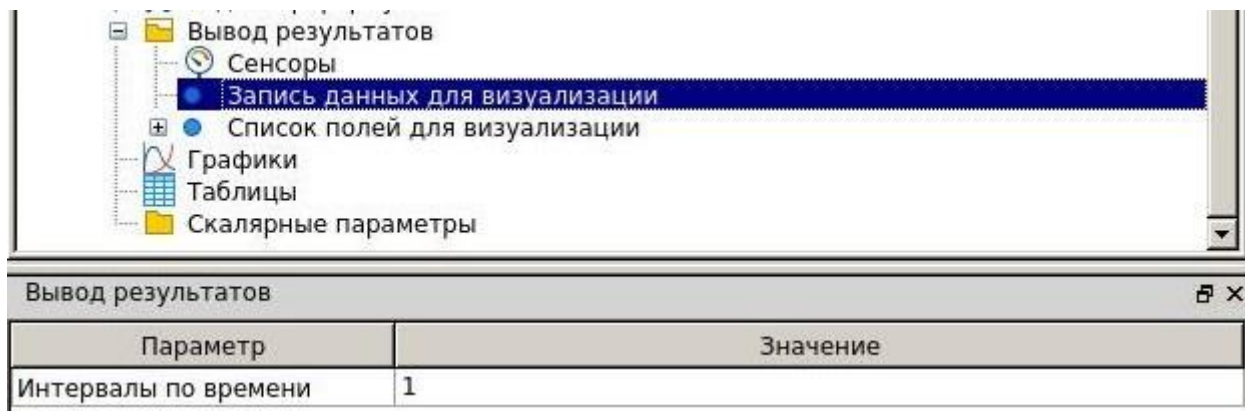


Рисунок 8.22. Параметры пункта Вывод результатов -> Запись данных для визуализации в ЛОГОС.Тепло

Также приведём тело с габаритной коробкой, чтобы продемонстрировать правильность задания размеров тела.

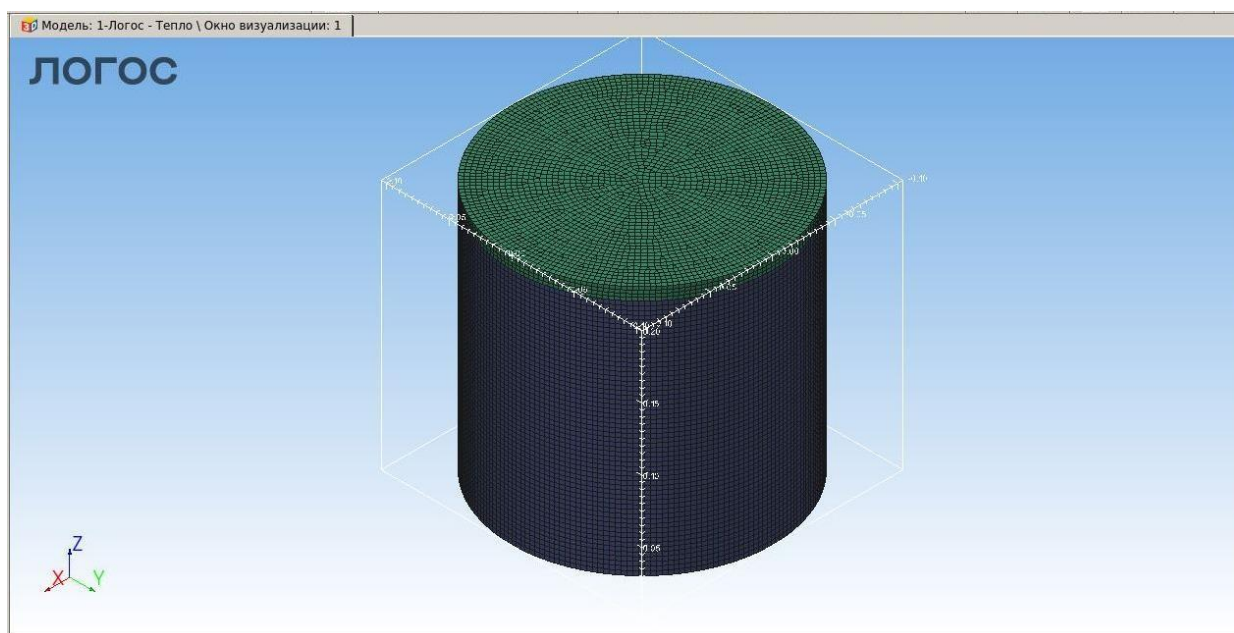


Рисунок 8.23. Тело с габаритной коробкой в ЛОГОС.Тепло

Поскольку расчёт был произведён с помощью удалённого доступа на платформе ООО “ЦКО”, то в соответствии с инструкцией были выставлены следующие параметры расчётной задачи.

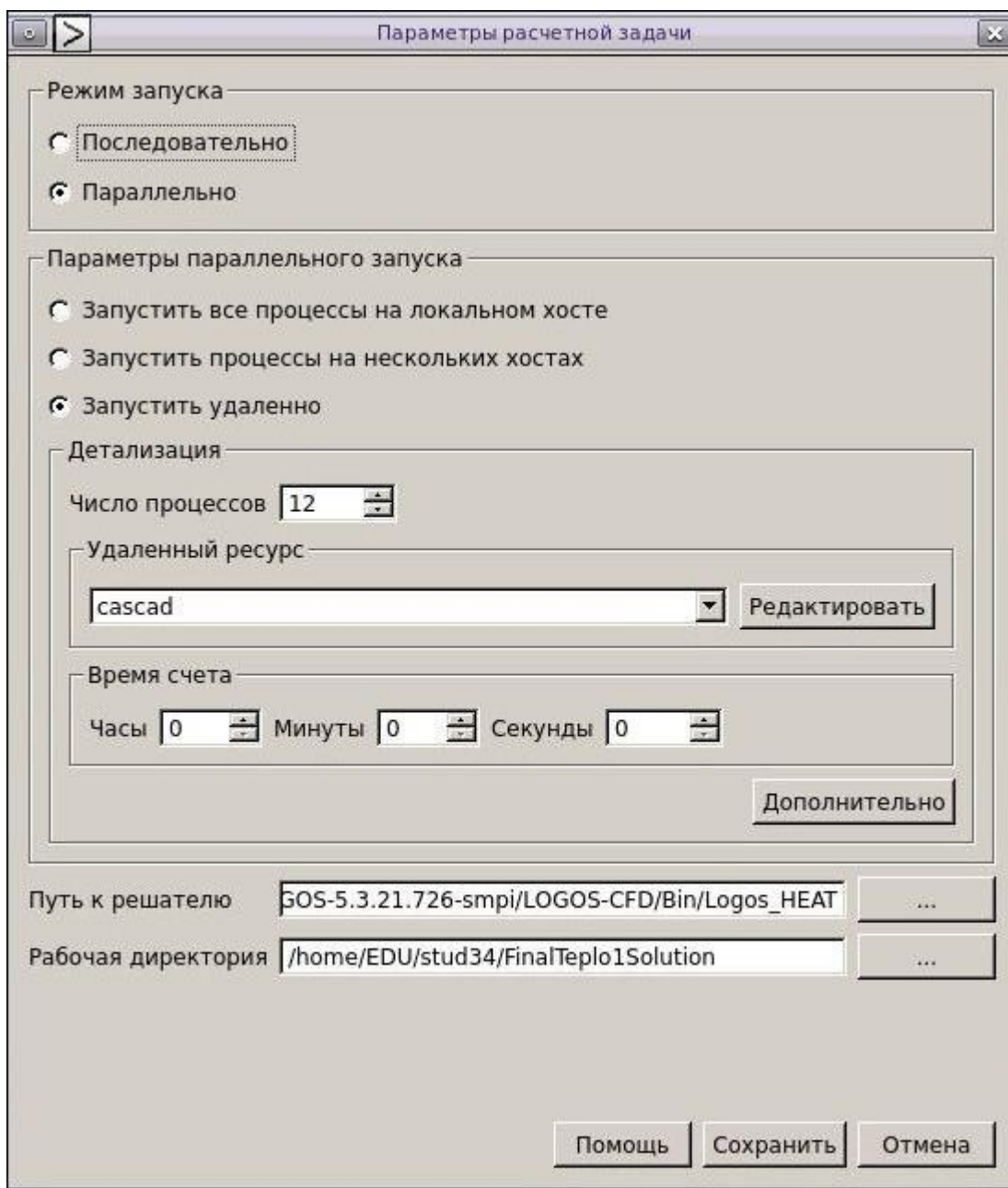


Рисунок 8.24. Параметры расчётной задачи в ЛОГОС.Тепло

Таким образом, все необходимые параметры заданы, так что мы переходим к решению задачи и анализу полученных результатов.

## Решение (с обоснованием)

### 1. Запуск решения задачи в препроцессоре и загрузка полученного решения в Scientific View

После того, как мы запустили задачу на решение и сохранили модель ЛОГОС.Тепло, идёт процесс решения задачи с выводом информации о ходе решения в окне информации.

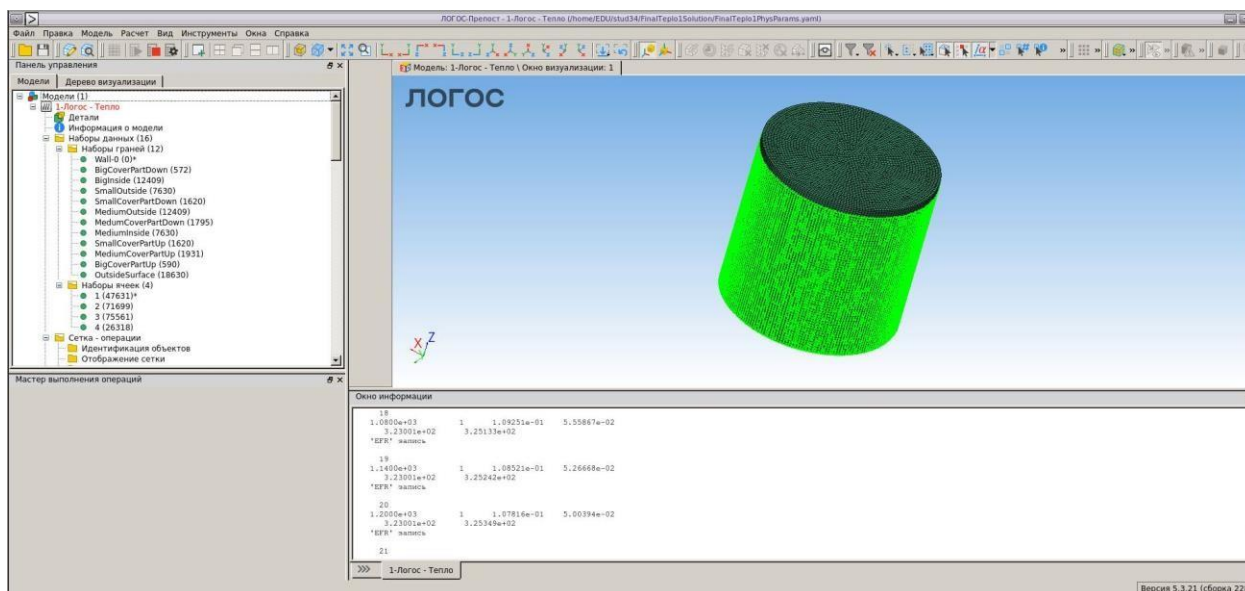


Рисунок 1.1. Процесс расчёта задачи в ЛОГОС.Тепло

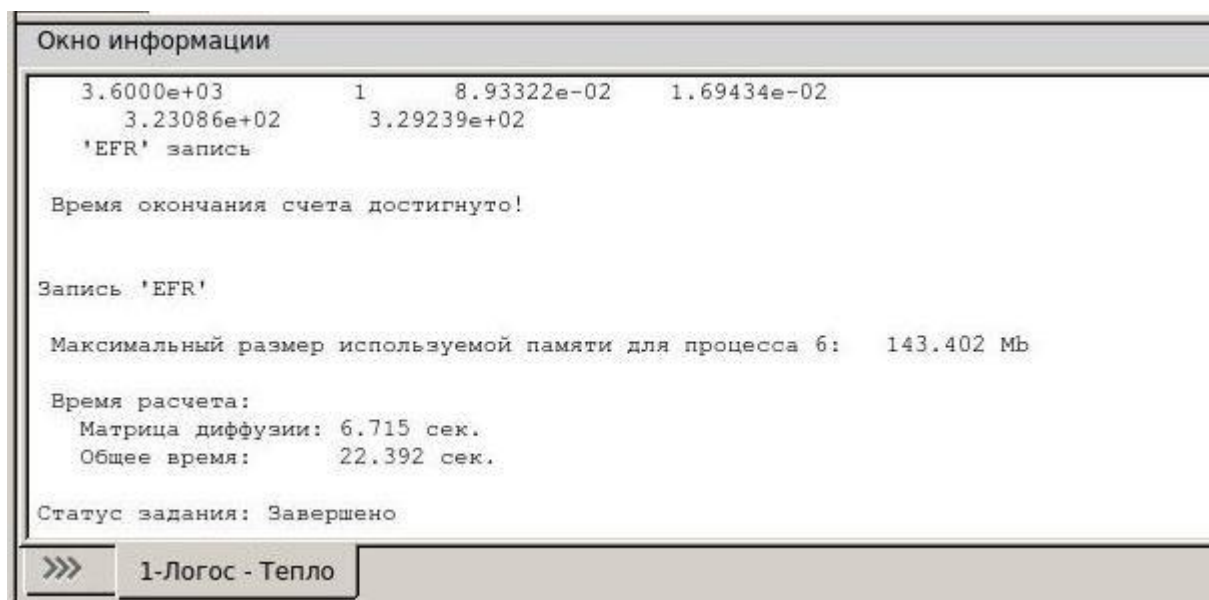


Рисунок 1.2. Окончание расчёта задачи в ЛОГОС.Тепло

Часть работы в ЛОГОС.Тепло закончена, переходим в окно постпроцессора Scientific View.



Рисунок 1.3. Запуск постпроцессора ScientificView

Теперь нам нужно открыть сетку, которая была создана в ходе работы препроцессора.

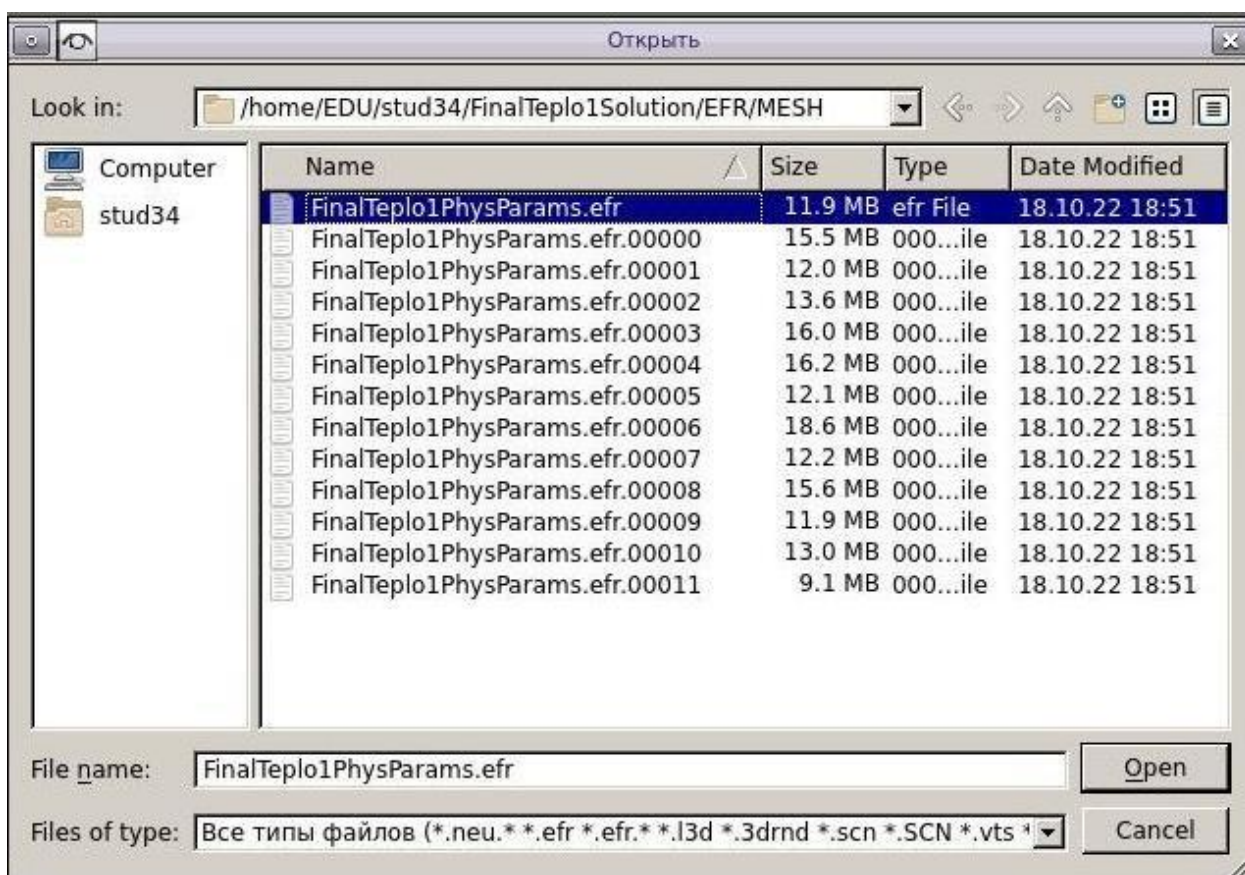


Рисунок 1.4. Загрузка сетки в ScientificView

Теперь нам нужно произвести обработку результатов в соответствии с требованиями, которые были представлены в условии задачи.



## 2. Построение зависимости температуры от времени для слоёв изделия (для трёх разных материалов) в произвольно взятых точках.

Распределение поля температур в нашем теле (нерегулярной области) при  $t = 0$  с и  $t = 3600$  с представлено на рисунках ниже.

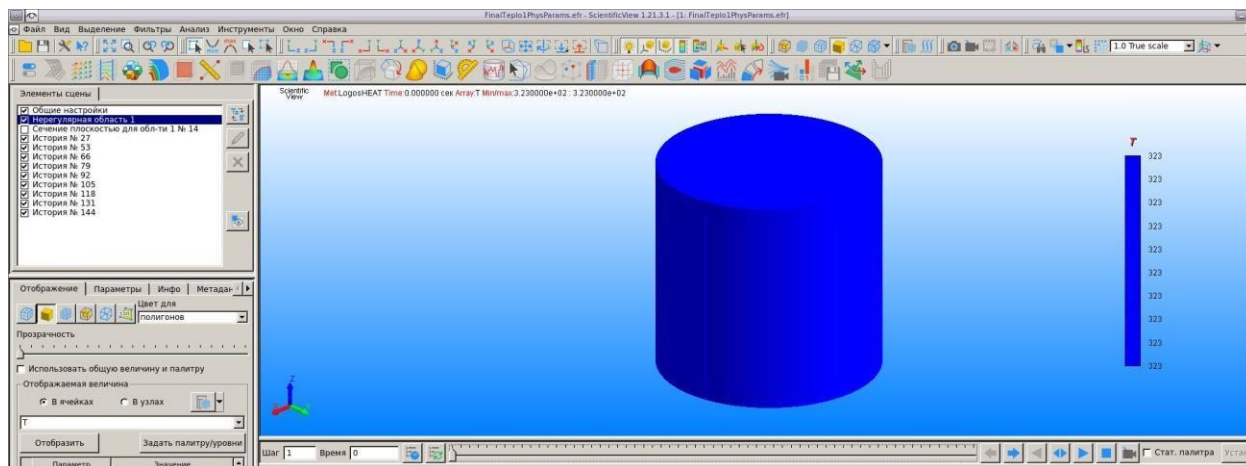


Рисунок 2.1. Поле температур в нерегулярной области без сетки при  $t = 0$  с в ScientificView

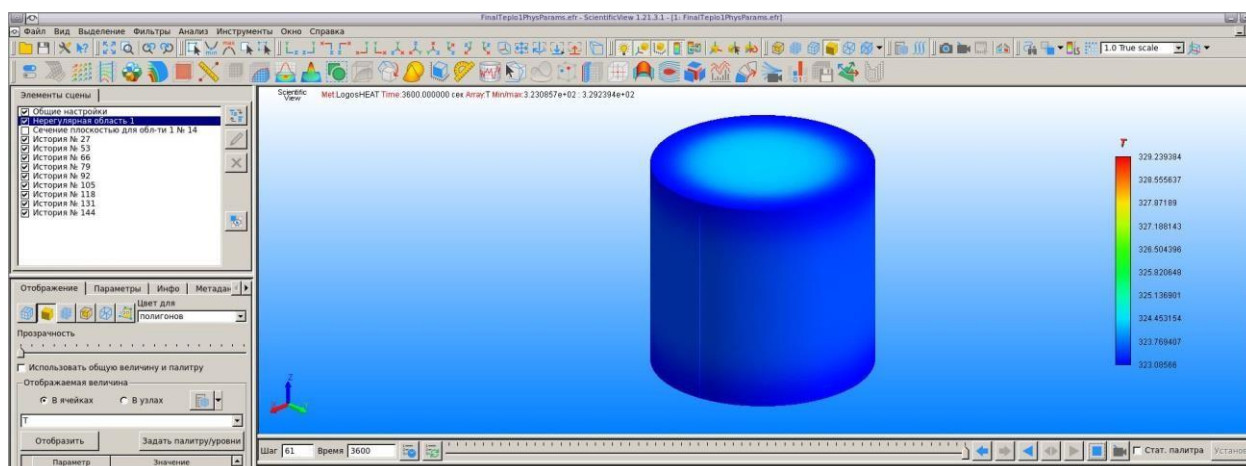


Рисунок 2.2. Поле температур в нерегулярной области без сетки при  $t = 3600$  с в ScientificView

Для удобства построения зависимости температуры от времени для разных частей изделия создадим сечение вертикальной плоскостью по центру нашего контейнера. Процесс построения сечения плоскостью представлен на рисунке ниже.

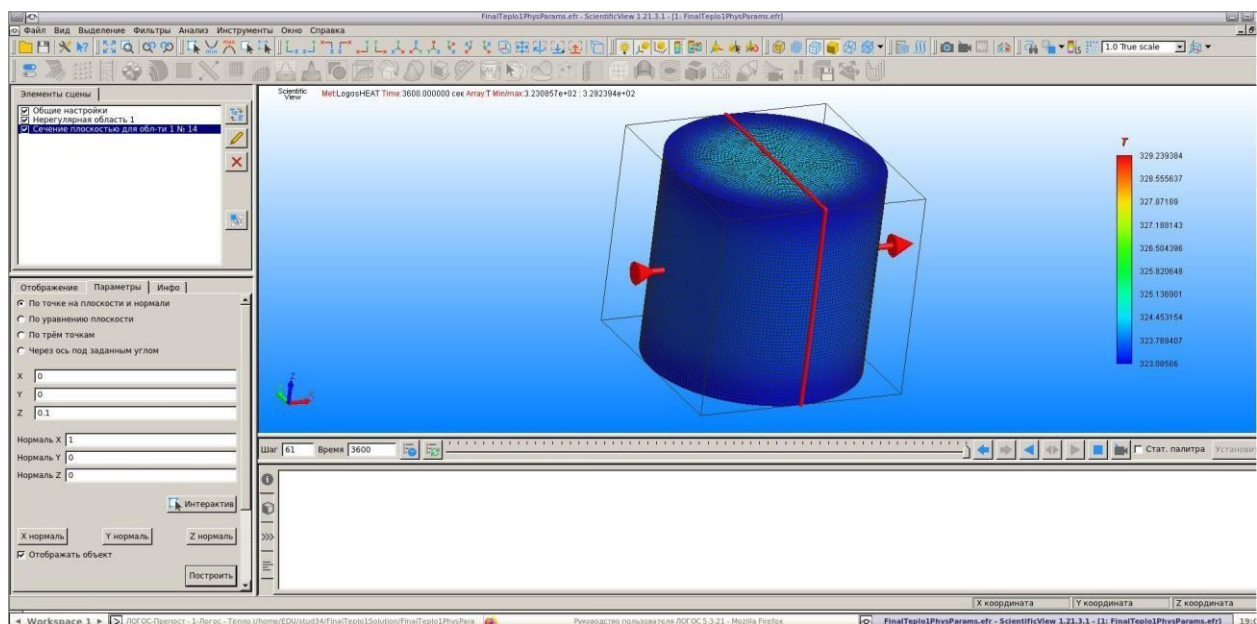


Рисунок 2.3. Построение сечения вертикальной плоскостью в ScientificView

Распределение поля температуры в вертикальном сечении плоскостью при  $t = 0$  с и  $t = 3600$  с представлено на рисунках ниже.

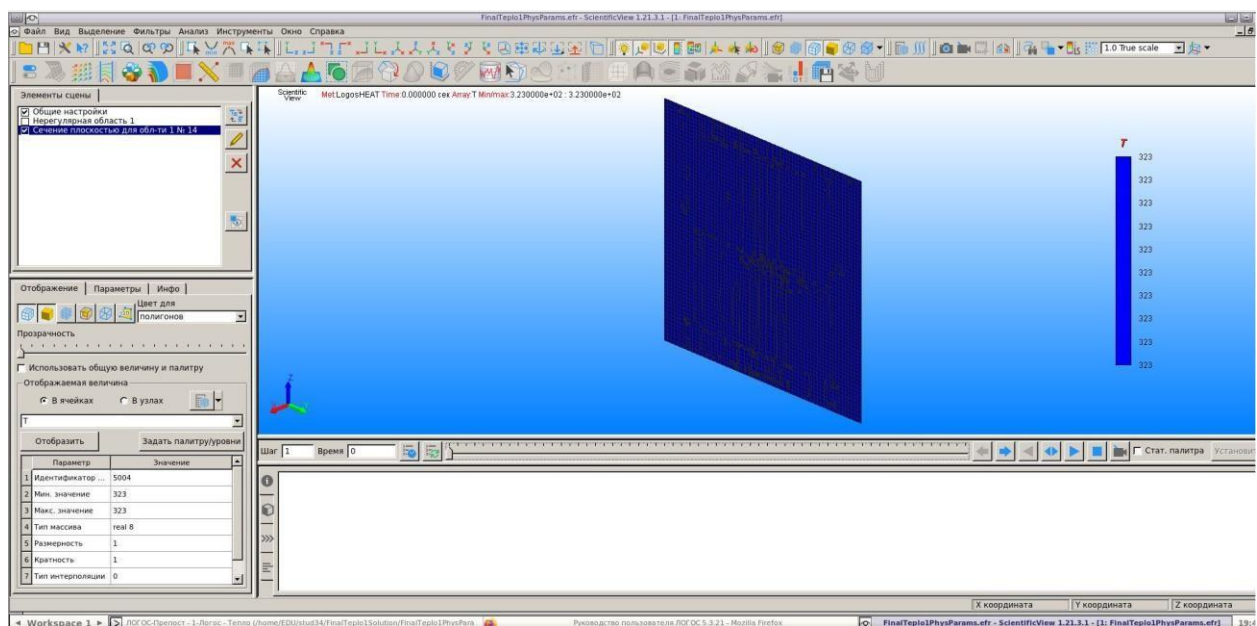


Рисунок 2.4. Поле температур в сечении вертикальной плоскостью с сеткой при  $t = 0$  с в ScientificView

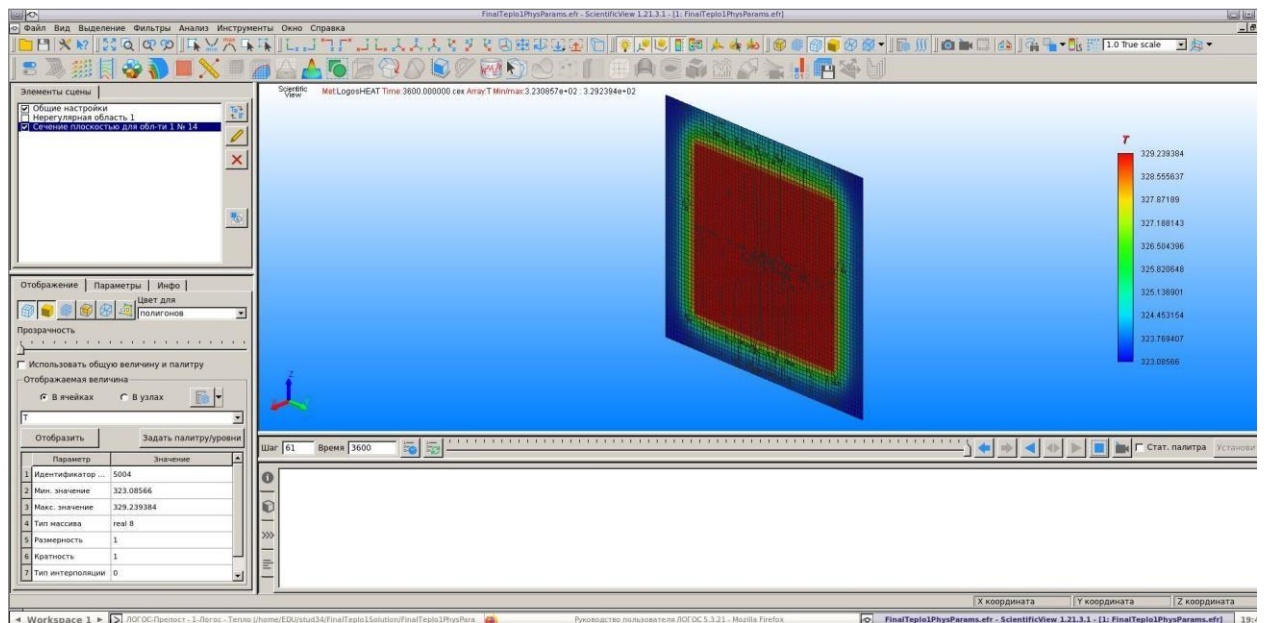


Рисунок 2.5. Поле температур в сечении вертикальной плоскостью с сеткой при  $t = 3600$  с в ScientificView

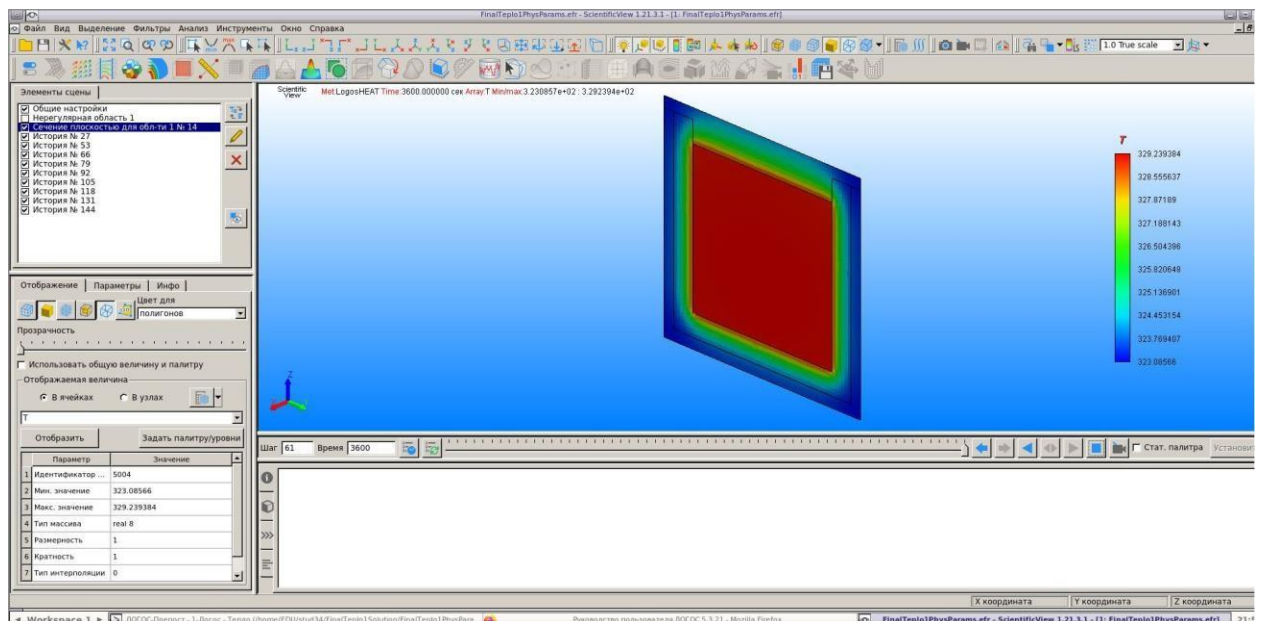


Рисунок 2.6. Поле температур в сечении вертикальной плоскостью без сетки с каркасом при  $t = 3600$  с в ScientificView

Зависимость температуры от времени можно построить с помощью фильтра “История”. Но для этого нам нужно выделить отдельные узлы с помощью инструмента “Выбор элементов”. Для удобства узлы мы будем выбирать в сечении вертикальной плоскостью, поскольку сохранится наглядность отображения зависимости температуры от времени, а выбирать узлы будет проще.

Поскольку температура центральной части распределена равномерно, то можно взять узел в центре внутренней части.

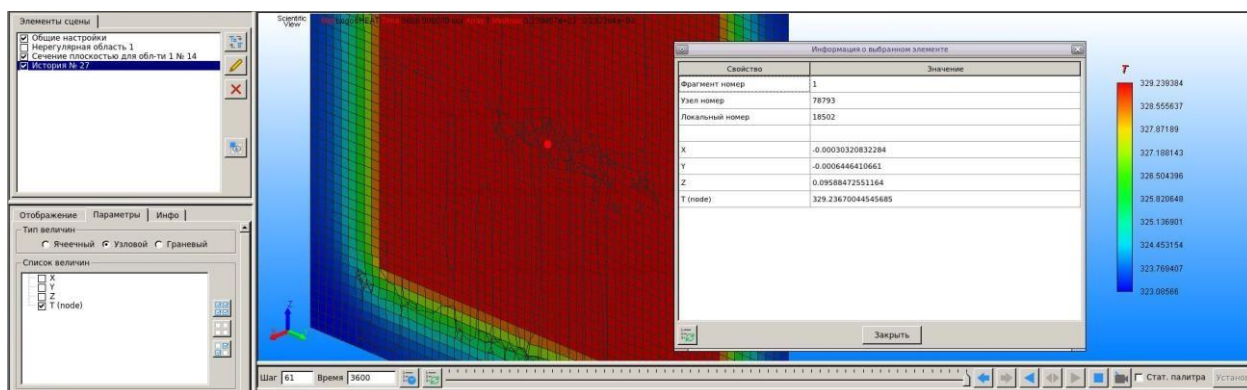


Рисунок 2.7. Информация о выбранном узле в центре внутренней области в ScientificView

Нам важно значение свойства “Узел номер”, поскольку нужно добавить его в “Список выбранных элементов” в фильтре “История”.

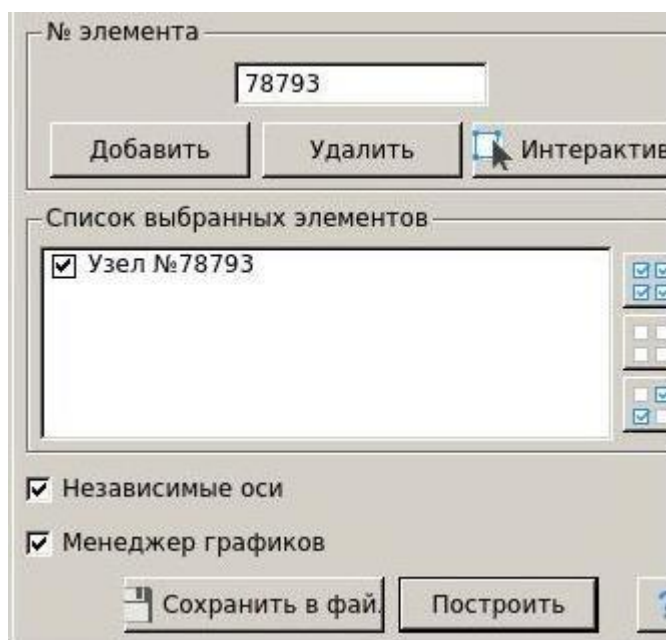


Рисунок 2.8. Добавление узла в центре внутренней области в фильтре “История” в ScientificView

Далее мы строим график в фильтре “История”.



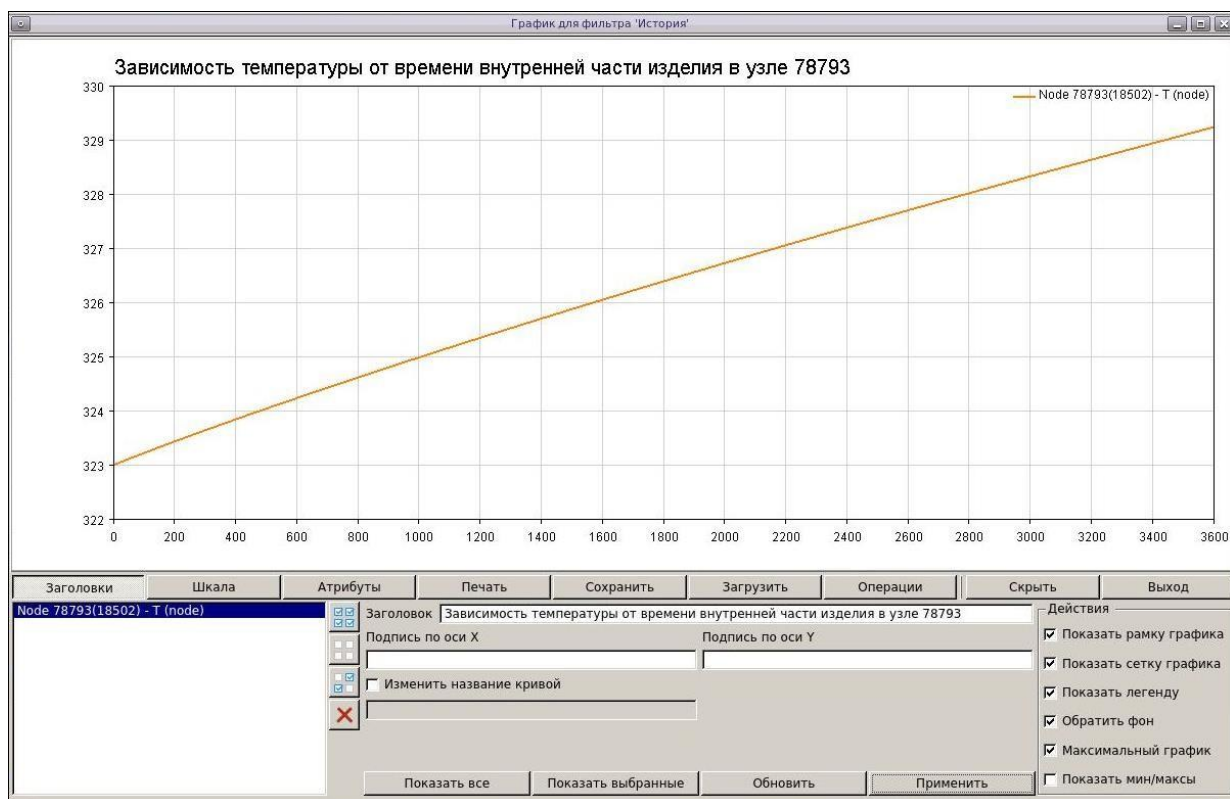


Рисунок 2.9. Построение зависимости температуры от времени в центре внутренней области в ScientificView

Как мы видим, за 3600 с температура центральной части выросла примерно на 6.2 К.

Аналогичные действия повторим для узлов снизу в центре средней части контейнера, снизу в центре внешней части контейнера, а также для узла в центре крышки.

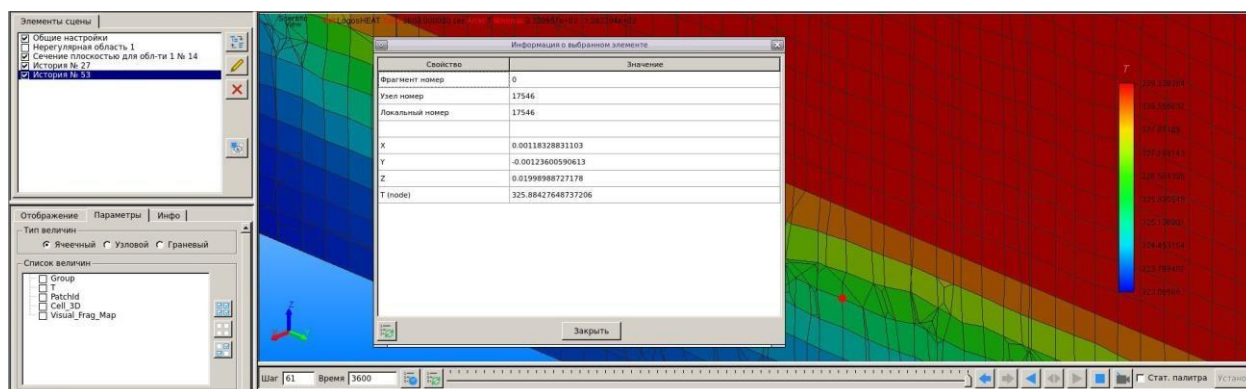


Рисунок 2.10. Информация о выбранном узле снизу в центре средней области в ScientificView



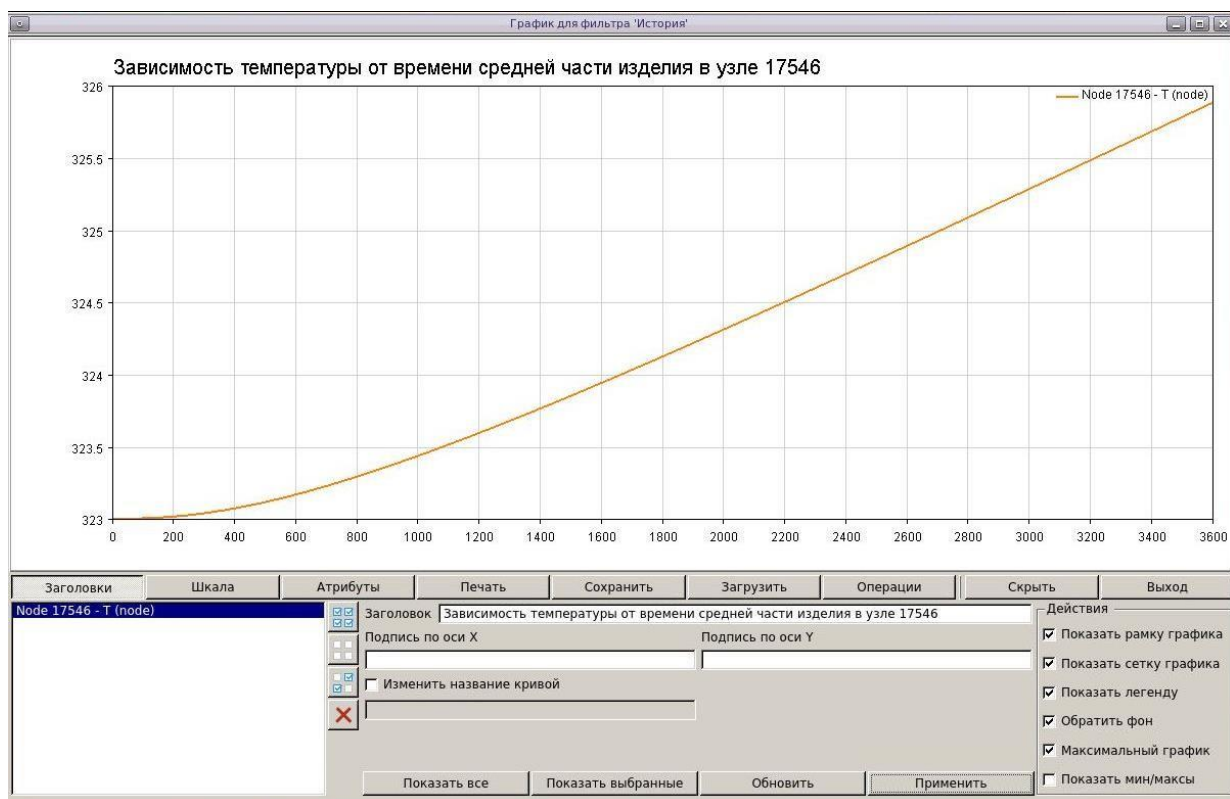


Рисунок 2.11. Построение зависимости температуры от времени снизу в центре средней области в ScientificView

Как мы видим, за 3600 с температура снизу в центре средней области выросла примерно на 2.8 K.

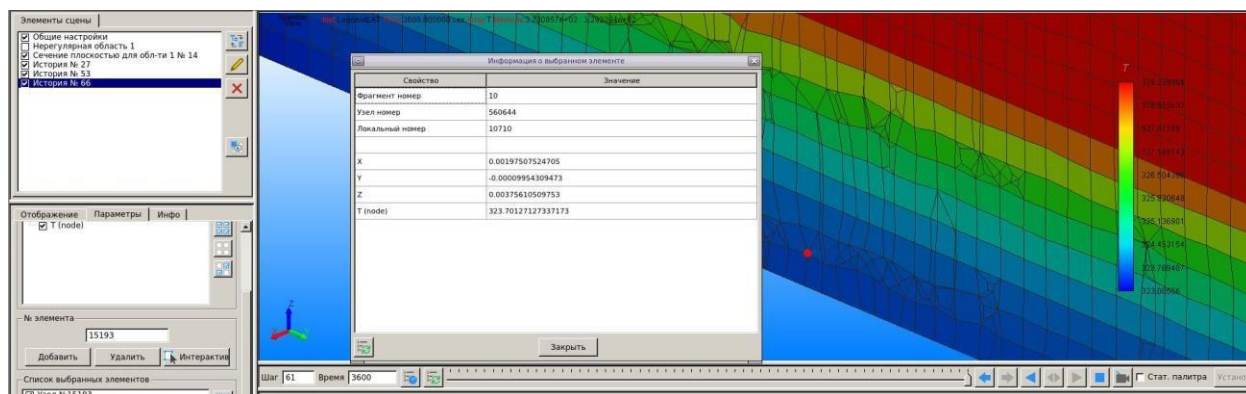


Рисунок 2.12. Информация о выбранном узле снизу в центре внешней области в ScientificView

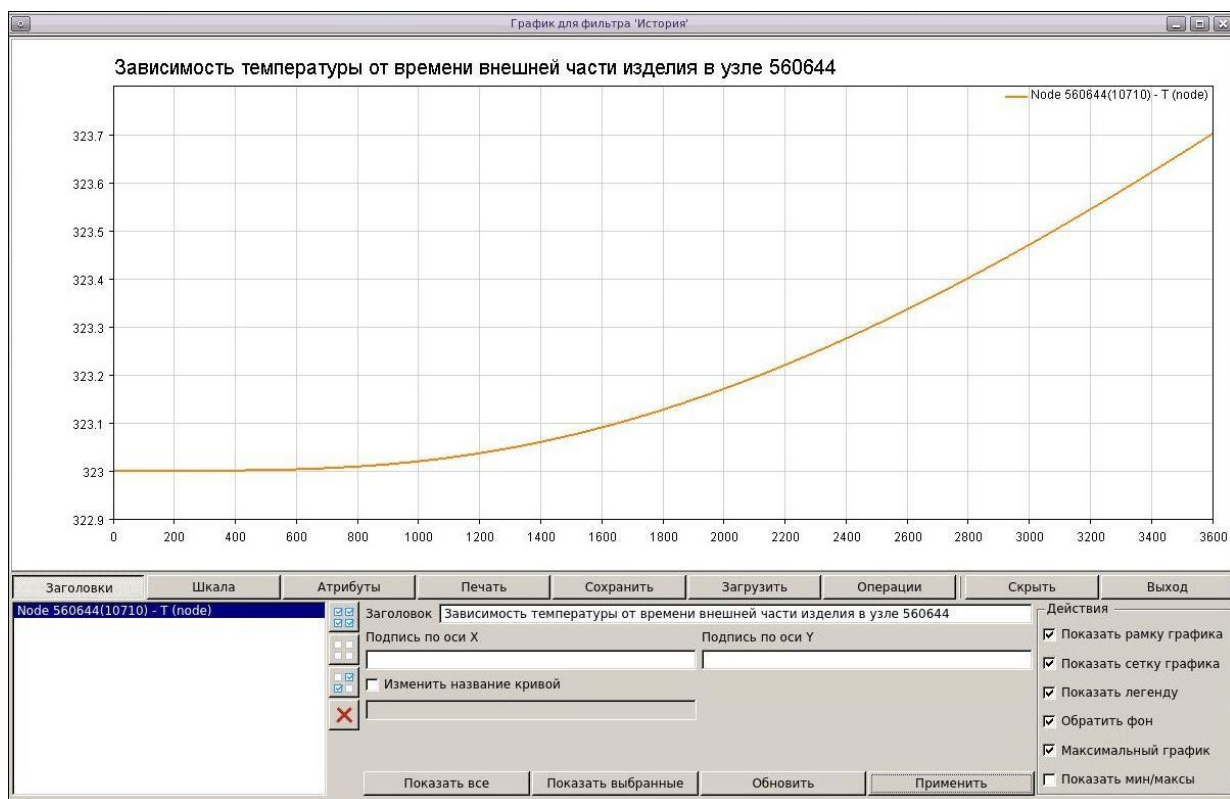


Рисунок 2.13. Построение зависимости температуры от времени снизу в центре внешней области в ScientificView

Как мы видим, за 3600 с температура снизу в центре средней области выросла примерно на 0.7 K.

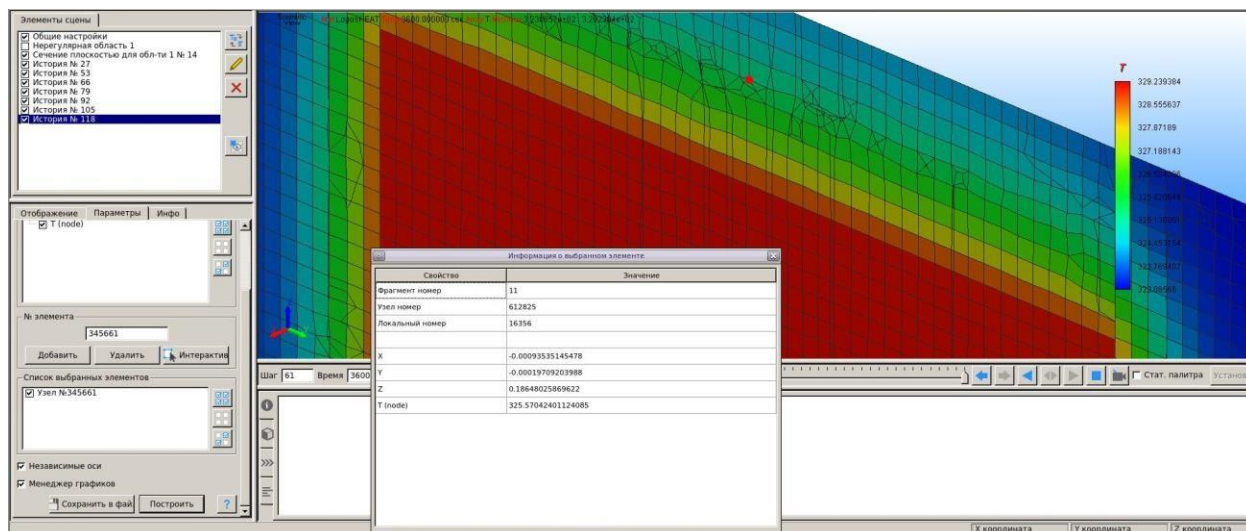


Рисунок 2.14. Информация о выбранном узле в центре крышки в ScientificView

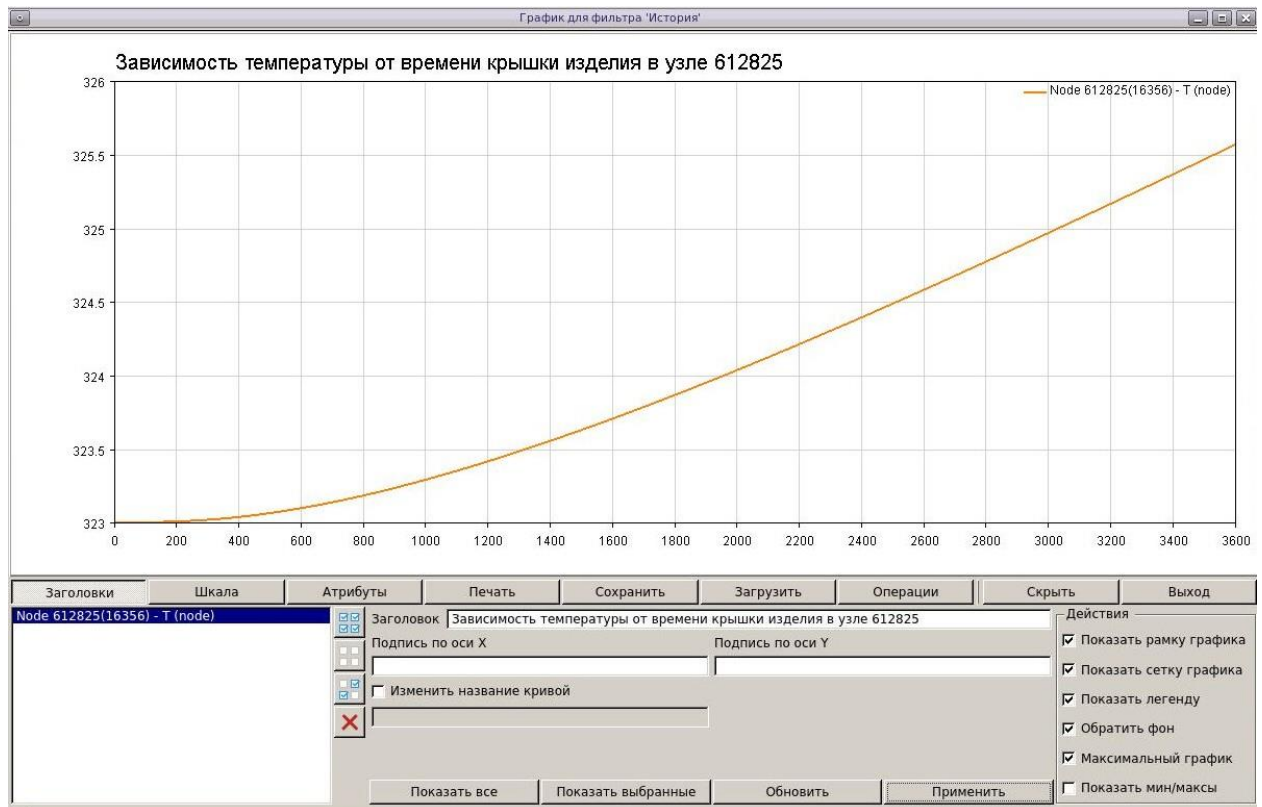


Рисунок 2.15. Построение зависимости температуры от времени в центре крышки в ScientificView

Как мы видим, за 3600 с температура в центре крышки выросла примерно на 2.6 K.

Очевидно, что сильнее всего нагрелась внутренняя энерговыделяющая часть; средняя часть контейнера и крышка нагрелись примерно одинаково, меньше всего нагрелась внешняя часть контейнера. Коэффициент температуропроводности  $i$ -го материала равен:

$$a_i^2 = \frac{\lambda_i}{C_{V_i} \cdot \rho_i}, \quad i = 0, 1, 2.$$

$i = 0$  (полиэтилен ВД):  $a_0^2 \approx 1,1 \cdot 10^{-7} \text{ (м}^2/\text{с)}$

$i = 1$  (БНС):  $a_1^2 \approx 6,8 \cdot 10^{-8} \text{ (м}^2/\text{с)}$

$i = 2$  (сталь 20):  $a_2^2 \approx 1,5 \cdot 10^{-5} \text{ (м}^2/\text{с)}$

Это показывает, что при прочих равных условиях сталь 20 нагревается быстрее, чем полиэтилен ВД, а тот, в свою очередь, быстрее, чем БНС. Для наглядности приведём зависимость температуры от времени для всех трёх материалов на одном графике (брались первые 3 из 4 узлов, которые были задействованы ранее).

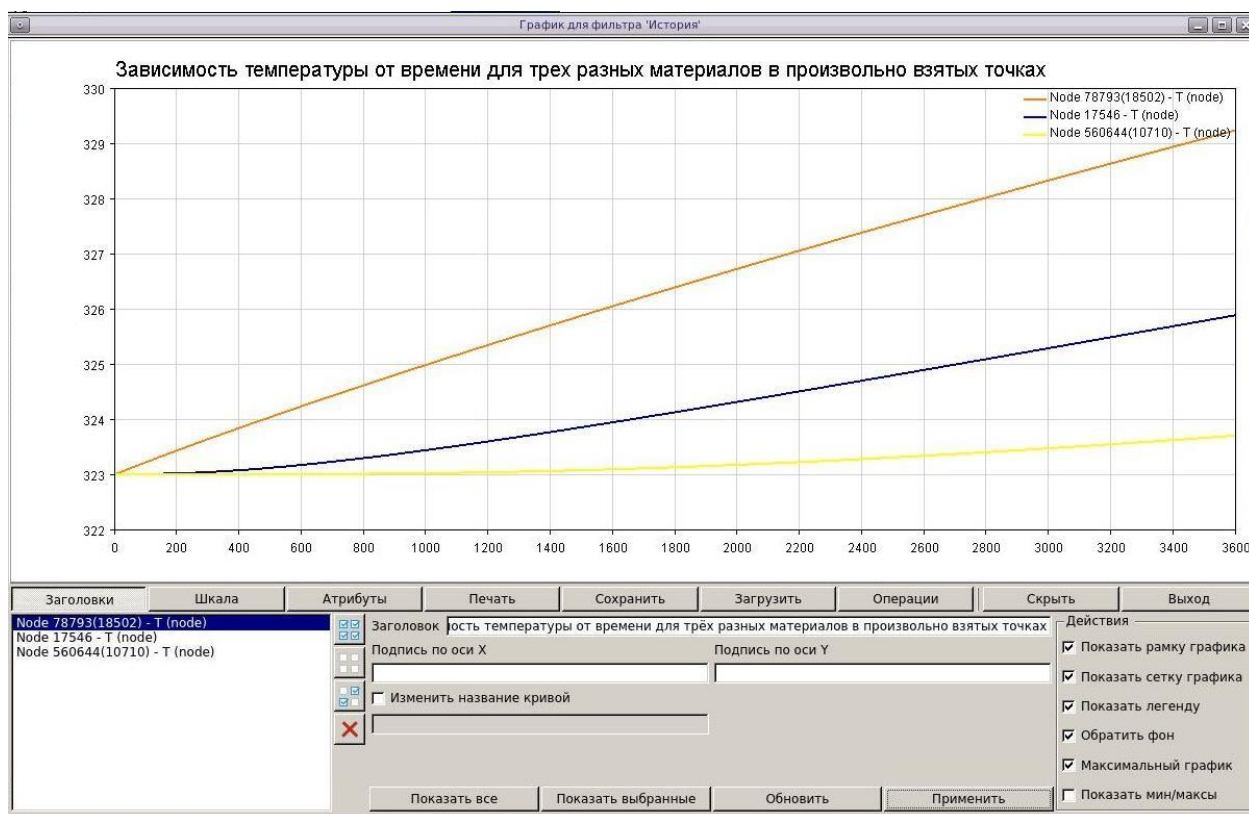


Рисунок 2.16. Построение зависимости температуры от времени для трёх разных материалов в произвольно взятых точках в ScientificView

Оранжевый график показывает рост температуры с течением времени в центре внутренней области, синий – снизу в центре средней области, жёлтый – снизу в центре внешней области.

### 3. Определение теплового потока через внешнюю грань конструкции.

Для того, чтобы правильно определить поток через внешнюю грань конструкции, в ScientificView в нерегулярной области нам нужно оставить лишь наружную грань OutsideSurface.

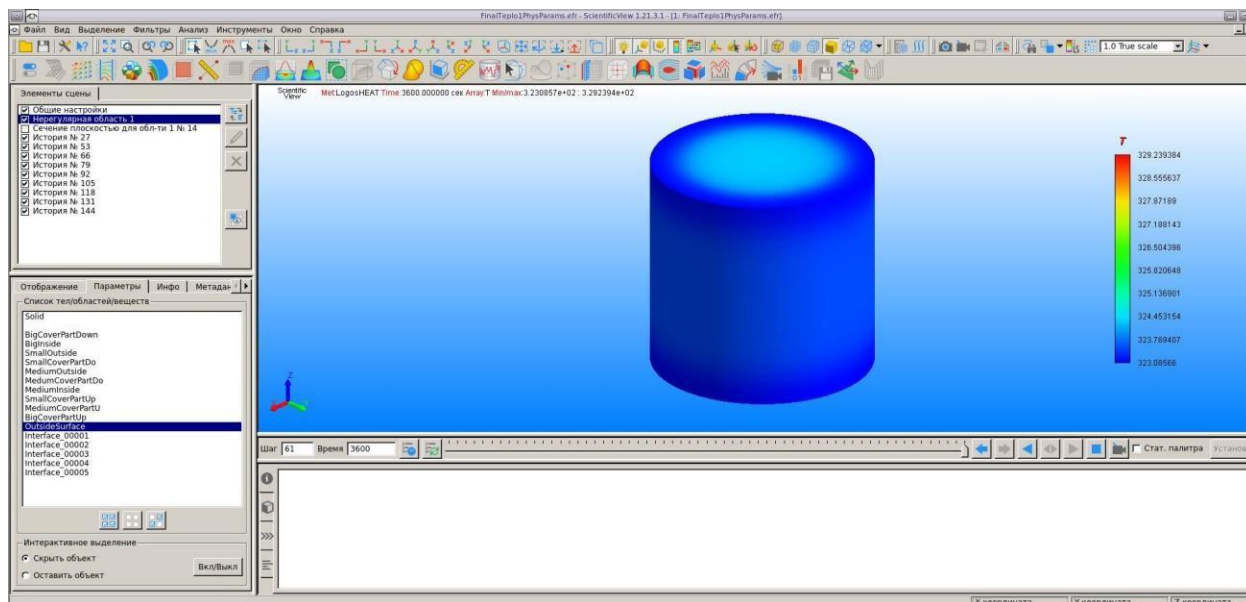


Рисунок 3.1. Выделение внешней границы контейнера для определения теплового потока в ScientificView

Для наглядности приведём распределение диффузионного потока тепла HF\_Diff\_patch на внешней грани контейнера при  $t = 3600$  с.

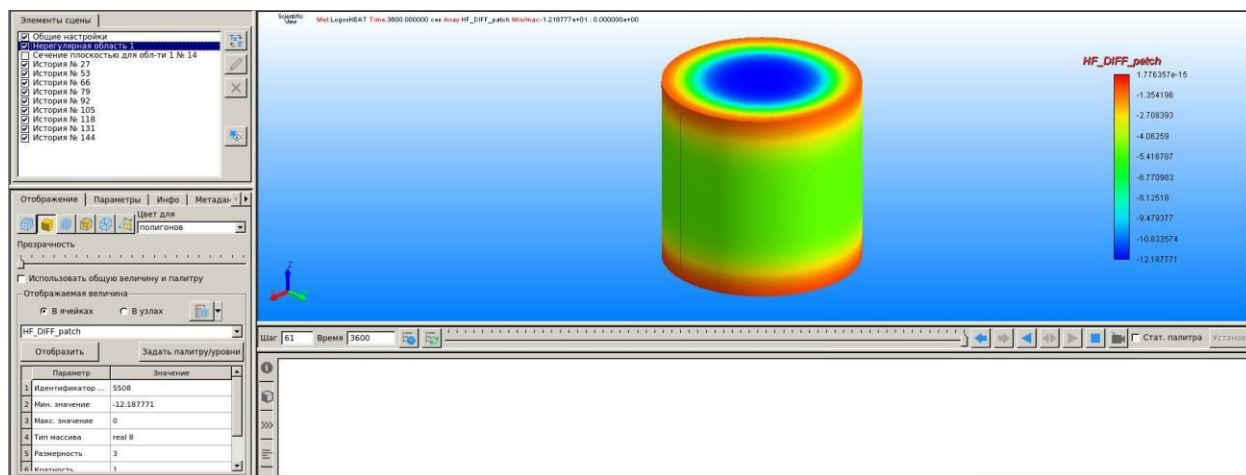


Рисунок 3.2. Распределение диффузионного потока тепла на внешней грани контейнера при  $t = 3600$  с в ScientificView

Как мы видим, самый интенсивный тепловой поток наблюдается через среднюю часть крышки контейнера, примерно в половину меньший – через боковую грань контейнера. Самый слабый тепловой поток – по окружности верхней и нижней грани. Знак минус можно объяснить тем, что тепловой поток направлен от тела в окружающую среду.



Формула для вычисления теплового потока выглядит следующим образом:

$$Q = q_{\text{ср}} * F,$$

где  $q_{\text{ср}}$  – средняя поверхностная плотность теплового потока (измеряется в Вт/м<sup>2</sup>),  $F$  – площадь поверхности (м<sup>2</sup>),  $Q$  – тепловой поток (Вт).

Используя инструмент Анализ -> Поиск экстремумов и интегралов, мы можем вычислить площадь поверхности контейнера, среднюю поверхностную плотность теплового потока и искомый тепловой поток в момент времени  $t = 3600$  с.

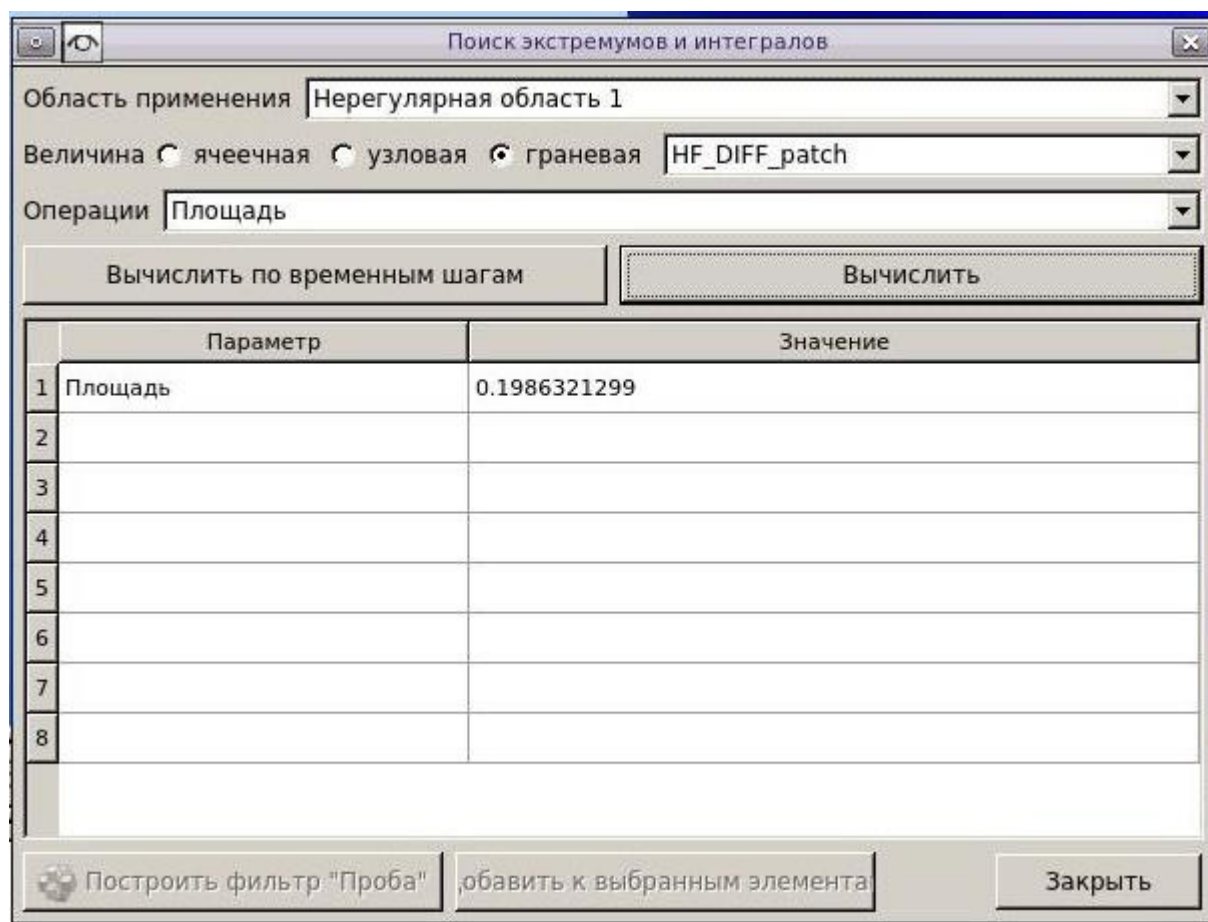


Рисунок 3.3. Площадь внешней грани контейнера в ScientificView

Поиск экстремумов и интегралов

Область применения

Величина ☐ ячеечная ☐ узловая ☒ граневая

Операции

Вычислить по временным шагам

Вычислить

	Параметр	Значение
1	Среднее по площади	-4.264249724
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		

Рисунок 3.4. Средняя поверхностная плотность теплового потока при  $t = 3600$  с в ScientificView

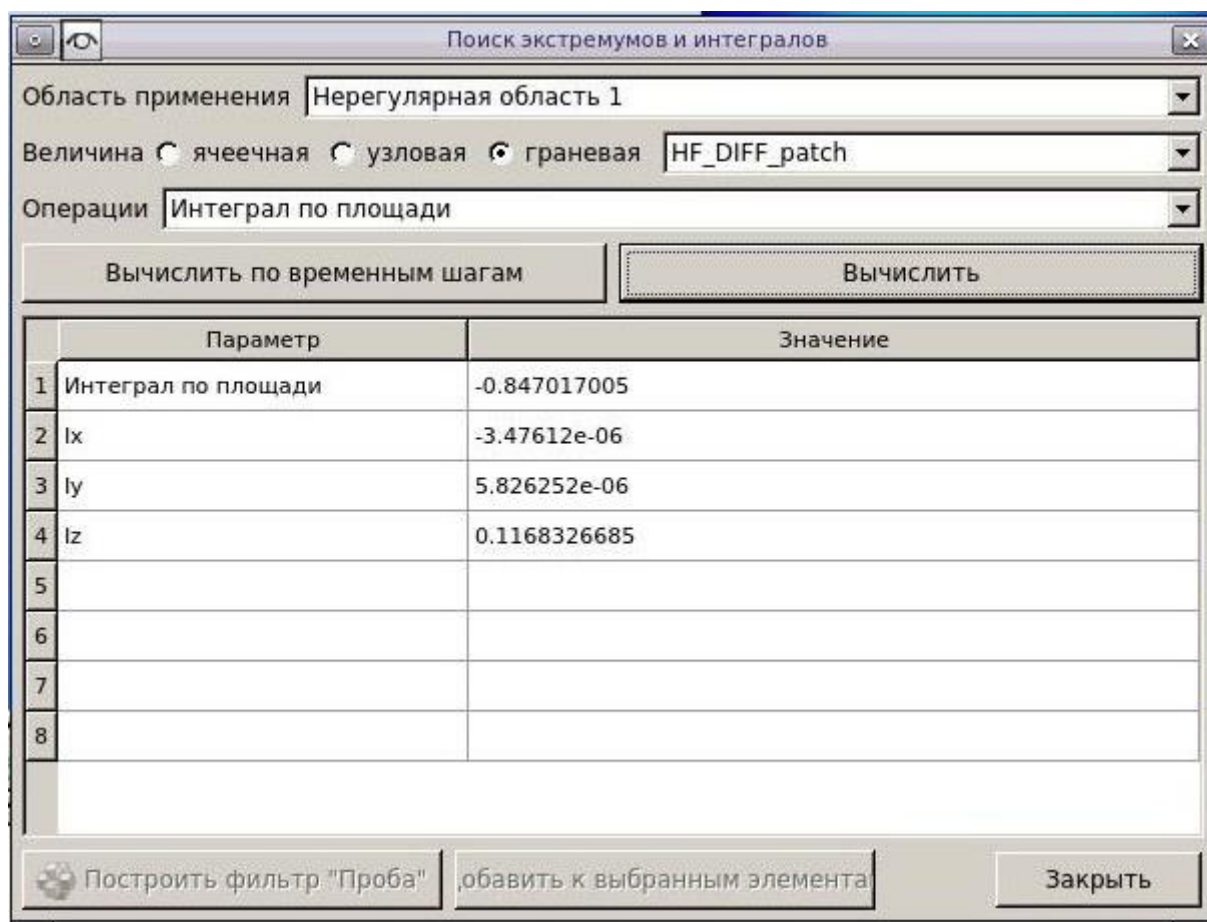


Рисунок 3.5. Тепловой поток при  $t = 3600$  с в ScientificView

На последнем рисунке тепловым потоком является значение параметра “Интеграл по площади”, т.е.  $Q \approx -0.847$  Вт (на момент времени  $t = 3600$  с). Знак минус обусловлен тем, что тепловой поток направлен от тела к окружающей его среде. Если полученные значения подставить в формулу, то можно убедиться в справедливости соотношения, связывающего тепловой поток, площадь поверхности и среднюю поверхностную плотность теплового потока. Также приведём график зависимости средней поверхностной плотности теплового потока от времени.

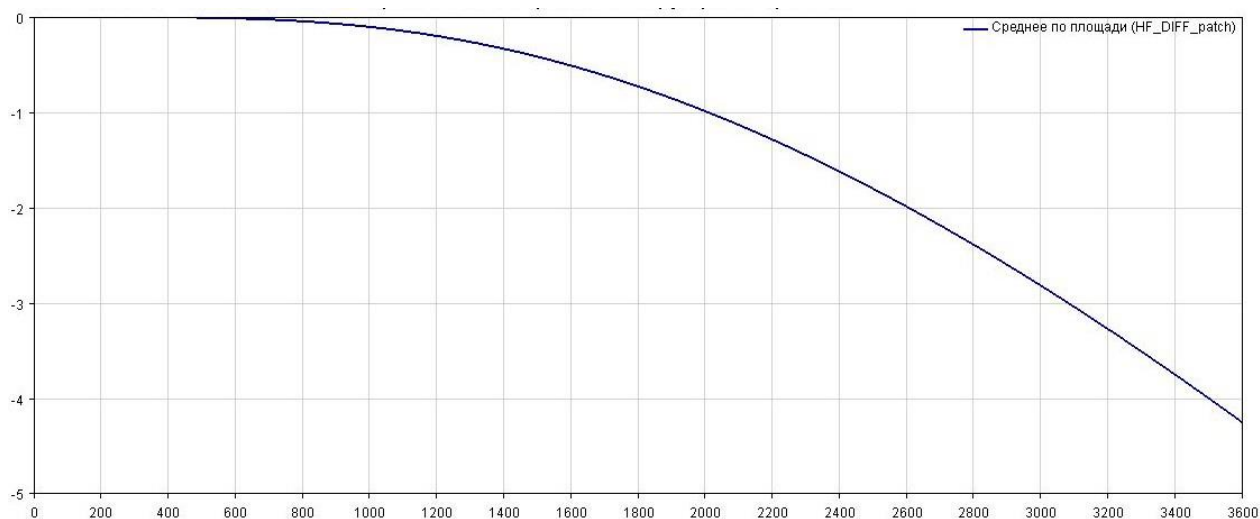


Рисунок 3.6. График зависимости средней поверхностной плотности теплового потока от времени в ScientificView

Как видно из графика, средняя поверхностная плотность теплового потока стала отличной от нуля примерно при  $t = 500$  с, поскольку примерно в это время температура некоторых участков поверхности контейнера начала превышать температуру окружающей среды  $T_{\text{ср}} = 323$  К.

#### 4. Построение изотермических линий температурных полей на моменты времени 900, 1800, 3600 с.

Чтобы построить изотермические линии температурных полей, воспользуемся фильтром “Построение изоповерхности/изолиний”. Поскольку изотермические линии можно построить только на плоскости, то было принято решение построить изолинии на вертикальной плоскости  $x = 0$ , построенной ранее, а также на горизонтальной плоскости  $z = 0.1$ , построение которой будет приведено ниже.

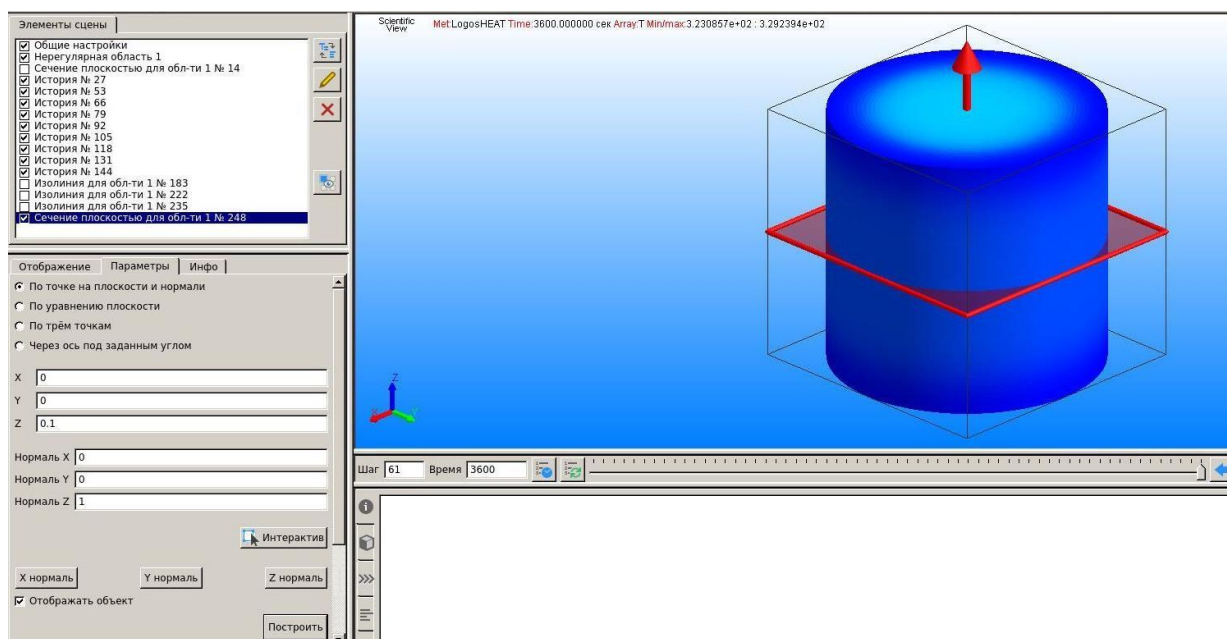


Рисунок 4.1. Построение сечения горизонтальной плоскостью в ScientificView

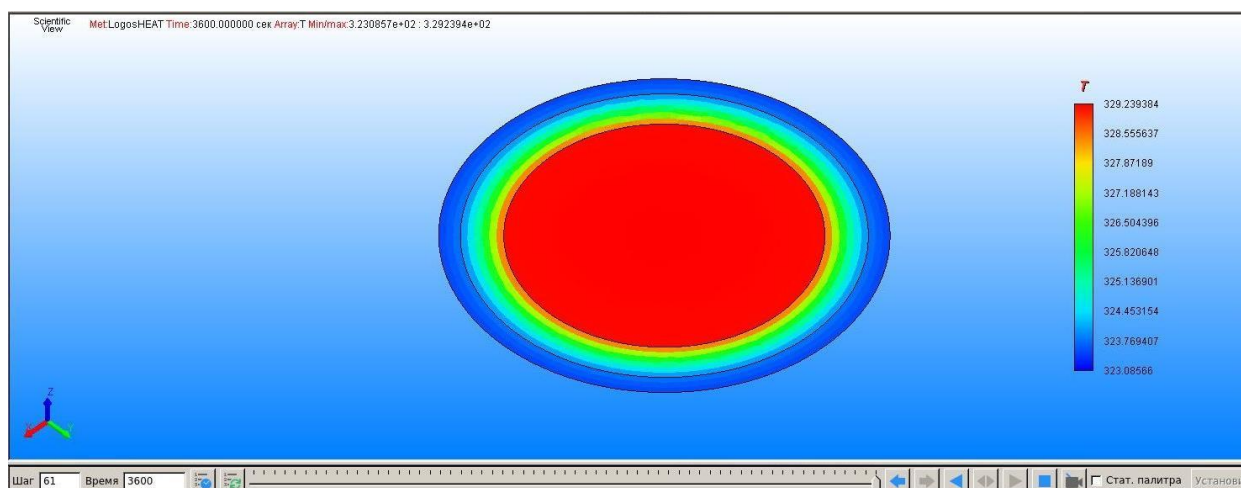


Рисунок 4.2. Поле температур в сечении горизонтальной плоскостью без сетки с каркасом при  $t = 3600$  с в ScientificView

Начнём с вертикальной плоскости и последовательно приведём изотермические линии температурных полей при  $t = 900$  с,  $t = 1800$  с и  $t =$



3600 с. Максимальное число уровней – 200, но мы будем задавать по 20 уровней, поскольку это даст более информативную картину в соответствии с цветовой шкалой. Далее аналогично поступим с горизонтальной плоскостью.

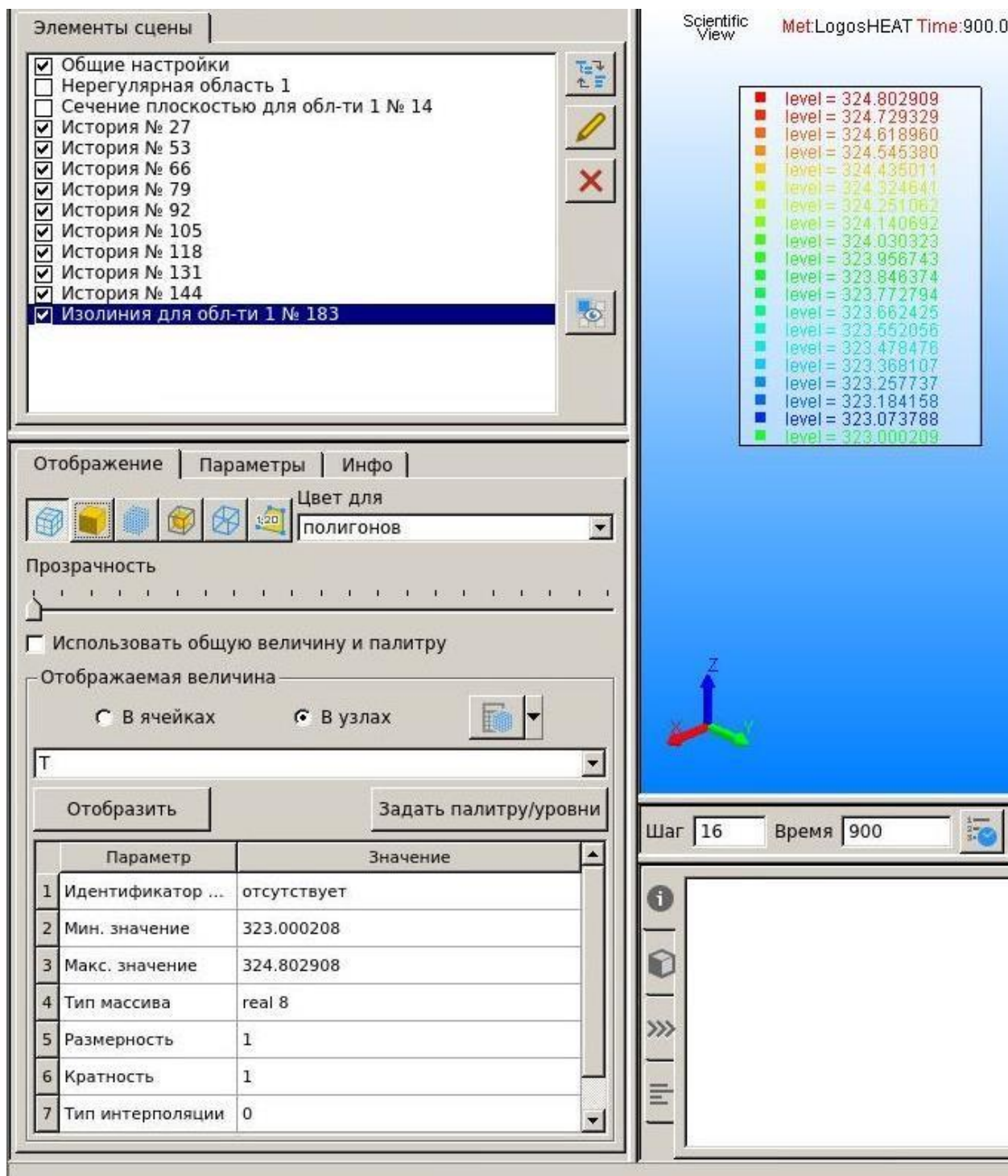


Рисунок 4.3. Изотермические линии температурного поля в вертикальной плоскости на момент времени  $t = 900$  с (общие настройки) в ScientificView

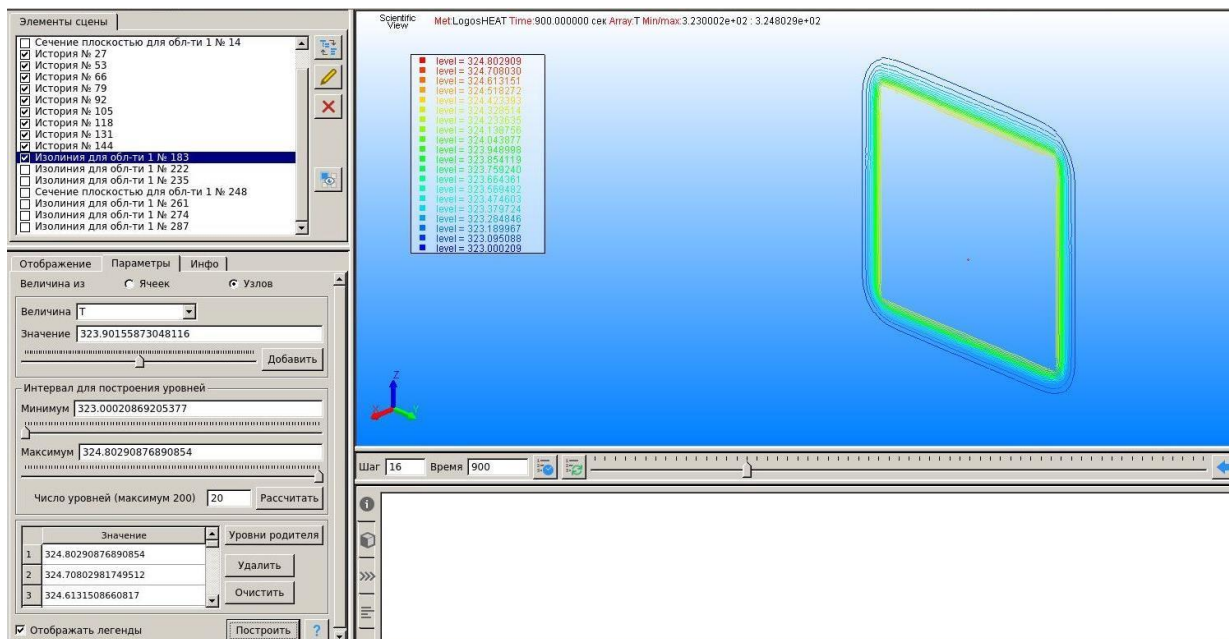


Рисунок 4.4. Изотермические линии температурного поля в вертикальной плоскости на момент времени  $t = 900$  с (20 линий уровня) в ScientificView

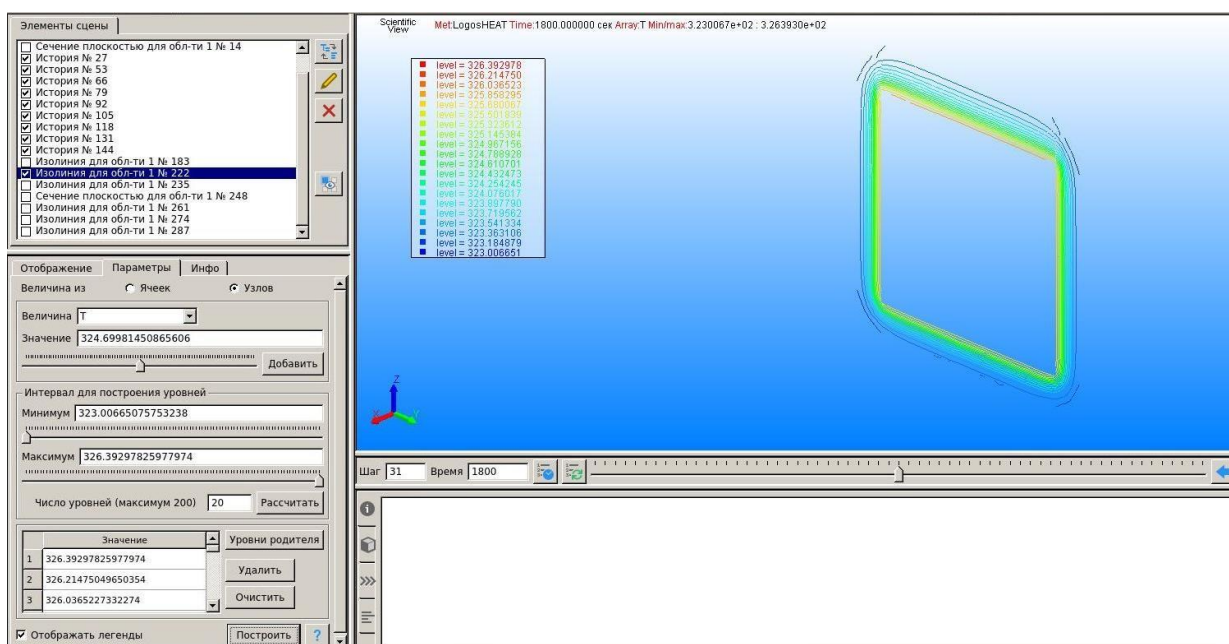


Рисунок 4.5. Изотермические линии температурного поля в вертикальной плоскости на момент времени  $t = 1800$  с (20 линий уровня) в ScientificView

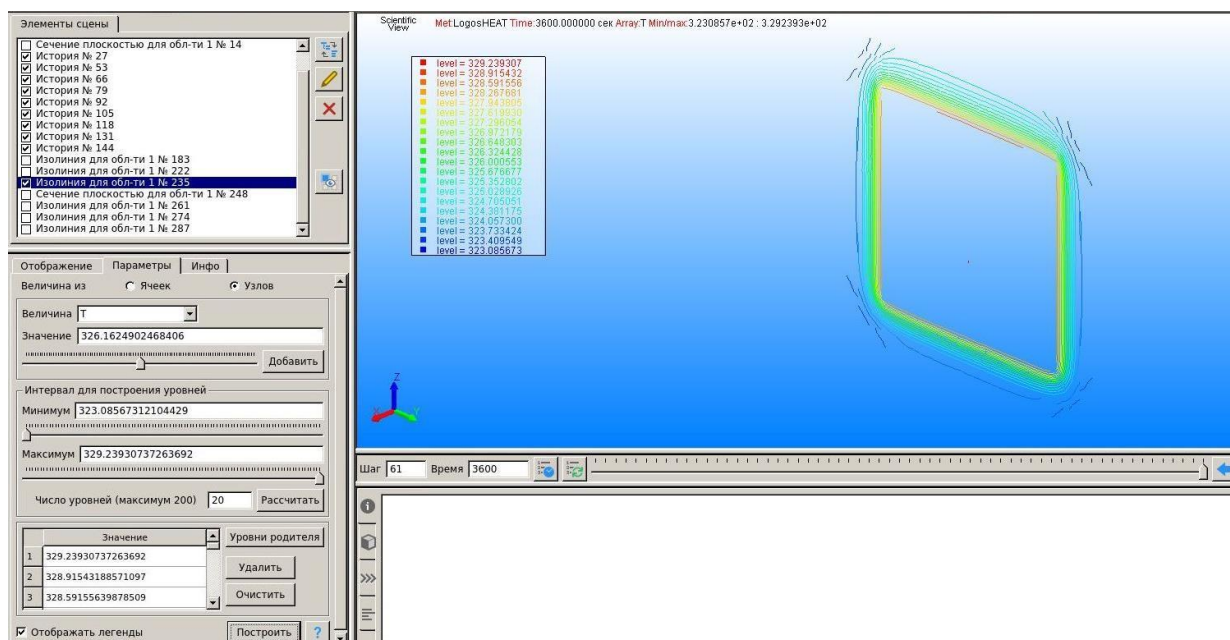


Рисунок 4.6. Изотермические линии температурного поля в вертикальной плоскости на момент времени  $t = 3600$  с (20 линий уровня) в Scientific View

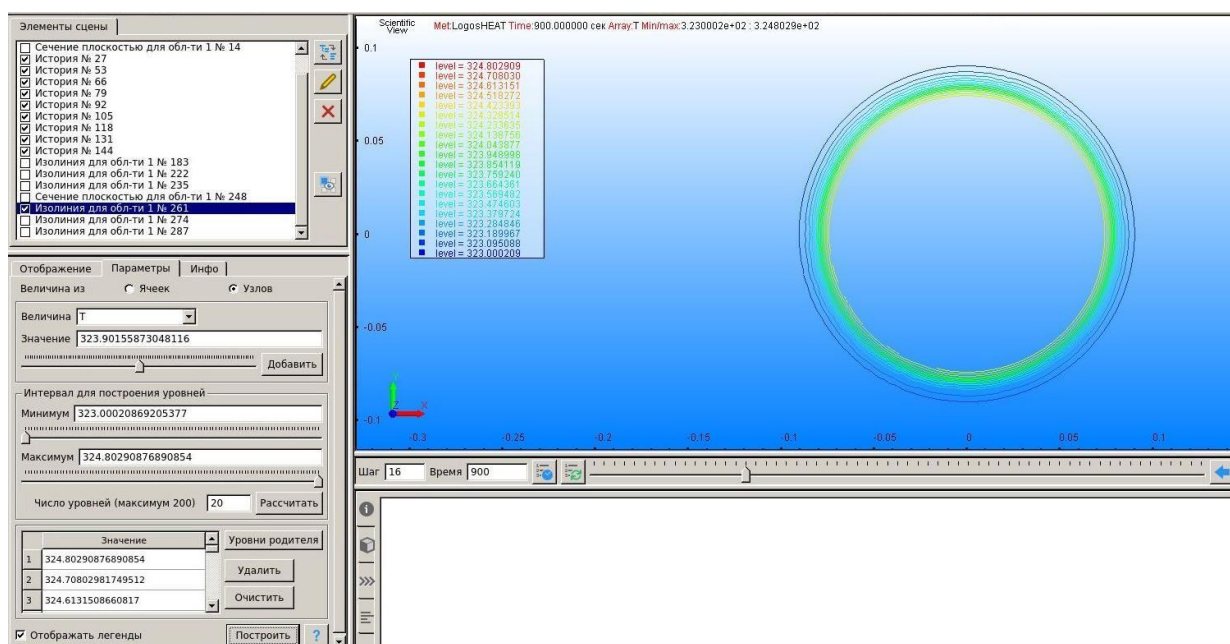


Рисунок 4.7. Изотермические линии температурного поля в горизонтальной плоскости на момент времени  $t = 900$  с (20 линий уровня) в Scientific View



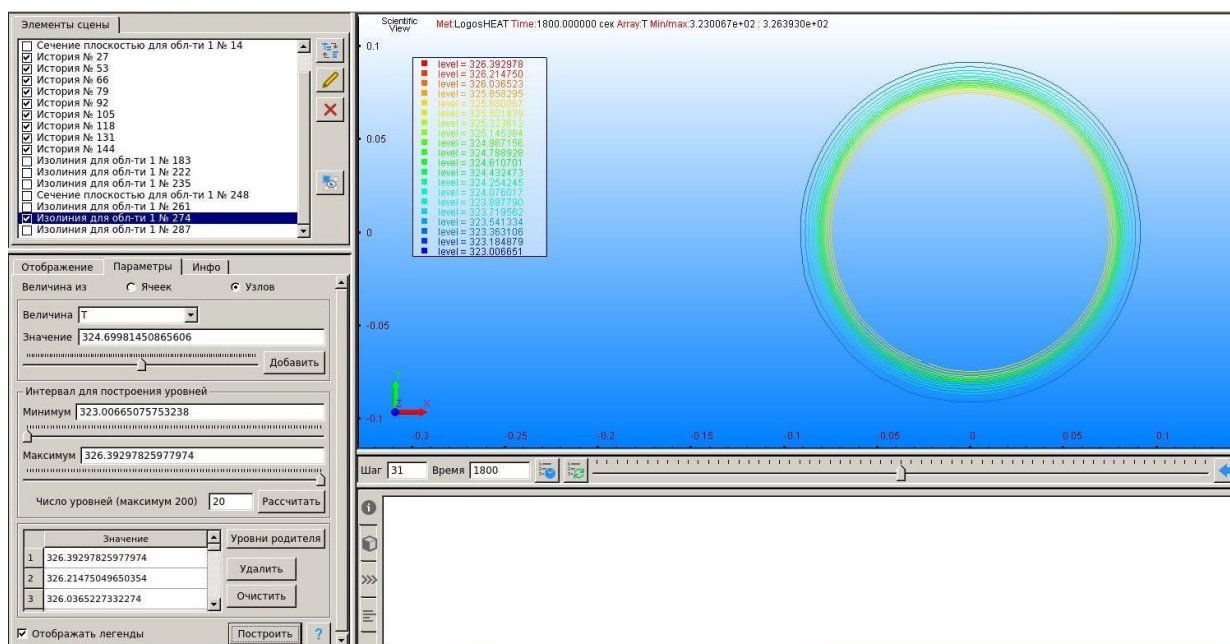


Рисунок 4.8. Изотермические линии температурного поля в горизонтальной плоскости на момент времени  $t = 1800$  с (20 линий уровня) в ScientificView

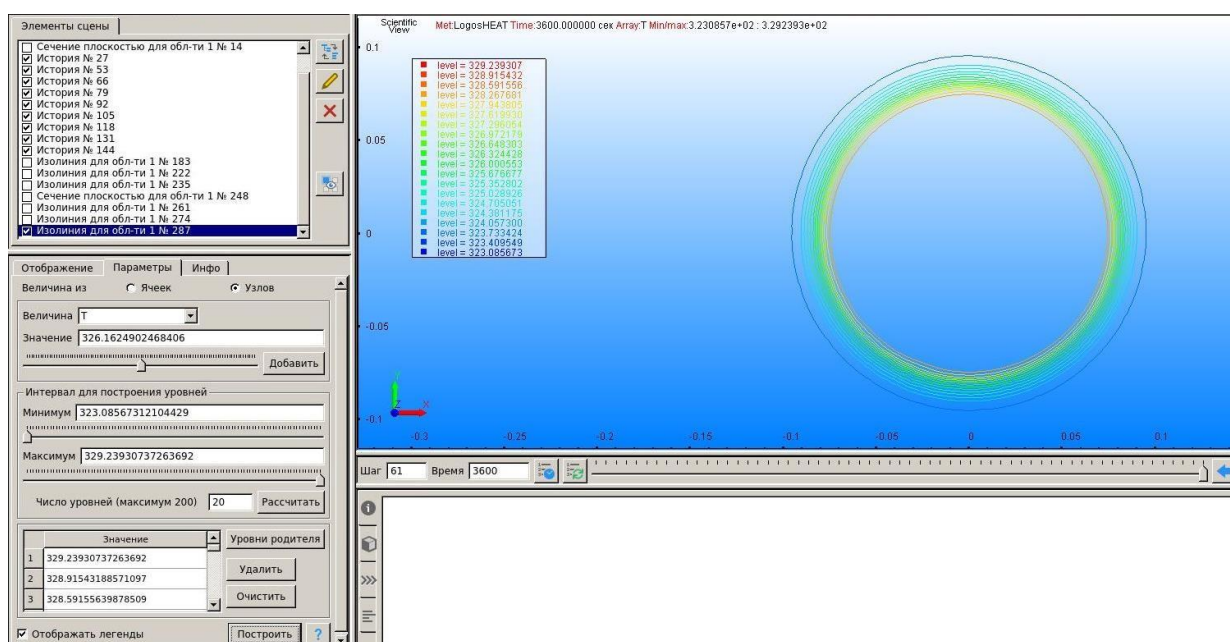


Рисунок 4.9. Изотермические линии температурного поля в горизонтальной плоскости на момент времени  $t = 3600$  с (20 линий уровня) в ScientificView

Мы видим, что распределение температуры симметрично относительно оси цилиндра, а также то, что верхняя часть цилиндра прогревается сильнее нижней, так как крышка состоит только из полиэтилена ВД, чей коэффициент температуропроводности примерно в 1.6 раз больше, чем у БНС.

Таким образом, все необходимые показатели, полученные при решении данной задачи, проанализированы.

## **Заключение**

В итоге, нестационарная задача расчета поля температур, формирующегося при остывании контейнера, предназначенного для перевозки радиоактивных отходов, была успешно решена. Были построены зависимости температуры от времени для слоёв изделия в произвольно взятых точках, был определён тепловой поток через внешнюю грань конструкции, а также были построены изотермические линии температурных полей на моменты времени  $t = 900, 1800, 3600$  с.

Решение данной задачи позволило мне в полной мере применить навыки, приобретённые в процессе обучения работе с модулями ЛОГОС.Тепло и ЛОГОС.Прочность, а также решить реальную практическую задачу. Также хотелось бы поблагодарить составителей задачи за её детальную постановку и ООО “ЦКО” за предоставленный удалённый доступ к ПП “ЛОГОС” на время олимпиады. Отдельное спасибо Татьяне Евгеньевне Бобковой за оперативную обратную связь!