

**ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИЧЕСКОМУ  
МОДЕЛИРОВАНИЮ – 2022**

---

Государственная корпорация по атомной энергии «Росатом»

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого  
Институт энергетики  
Высшая школа атомной и тепловой энергетики

**Отчет о результатах произведенного расчета  
Задача № 2**

Выполнил(а): Ванюшин П.А.

---

2022 год

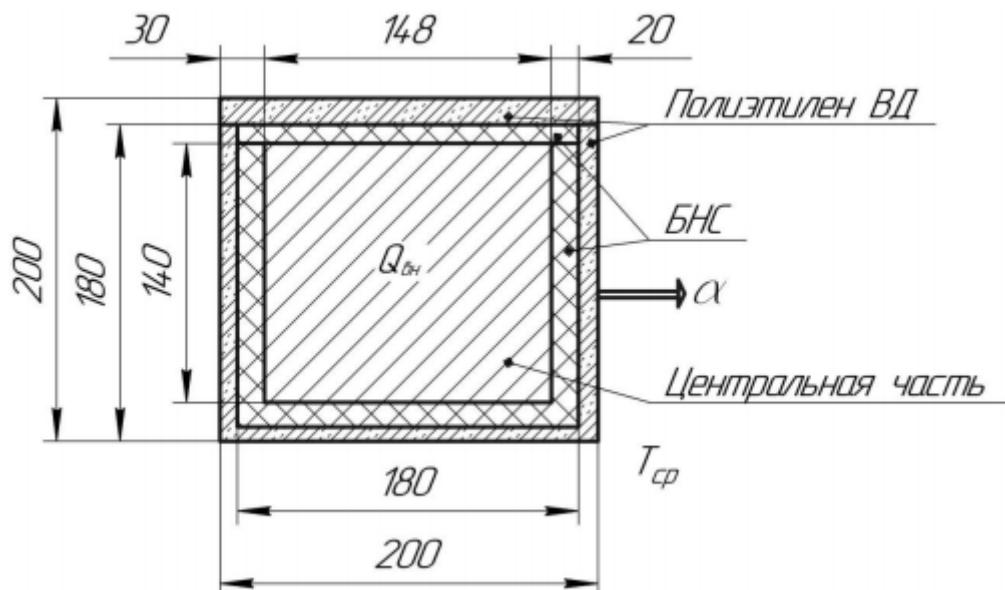
## Введение

Невозможно представить современную науку без широкого применения математического моделирования. Этот метод сочетает в себе многие достоинства как теории, так и эксперимента. Работа не с самим объектом, а с его моделью дает возможность безболезненно, относительно быстро и без существенных затрат исследовать его свойства и поведение в любых мыслимых ситуациях. В то же время вычислительные эксперименты с моделями объектов позволяют, опираясь на мощь современных вычислительных методов и технических инструментов информатики, подробно и глубоко изучать объекты в достаточной полноте, недоступной чисто теоретическим подходам. Поэтому так важно развивать программы класса САЕ, для возможности без дополнительных затрат как времени, так и финансов, получить результаты и оптимизировать изучаемый объект.

В данной работе приведено возможное решение для задачи охлаждения контейнера с источником тепла, в качестве которого выступают радиоактивные отходы. Данная задача очень актуальна для атомной энергетики, в том числе для реакторов типа РБМК, так как необходимо безопасно перевозить и хранить радиоактивный графит.

## Постановка задачи

Рассматривается нестационарная задача расчета поля температур, формирующихся при остывании контейнера, предназначенного для перевозки радиоактивных отходов. Изделие представляет собой куб с внутренним источником энерговыделения.



Теплофизические характеристики центральной части соответствуют теплофизическими характеристикам Стали 20.

Энерговыделение центральной части  $Q_{\text{вн}}=6700 \text{ Вт/м}^3$ , коэффициент эффективной теплоотдачи в окружающую среду  $a=10 \text{ Вт/К}\cdot\text{м}^2$ , температура на внешней границе  $T_{\text{ср}}=50^\circ\text{C}$ , внутри контейнера  $T=50^\circ\text{C}$

### Теплофизические свойства материалов

Материал	$\rho, \text{ кг/ м}^3$	$C_v, \text{ Дж/(кг}\cdot\text{К)}$	$\lambda, \text{ Вт/(м}\cdot\text{К)}$
Полиэтилен ВД	922	2850	0,29
БНС	920	1930	0,121
Сталь 20	7870	448	52

### Теоретическая часть

Данная задача предполагает решение нестационарного уравнения теплопроводности с наличием внутреннего источника:

$$c \frac{\partial T}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \lambda \frac{\partial T}{\partial z} \right) + q_v,$$

где  $c$  – удельная объемная теплоемкость,  $\text{Дж}/(\text{м}^3\cdot\text{К})$ ;

$\lambda$  – коэффициент теплопроводности,  $\text{Вт}/(\text{м}\cdot\text{К})$ ;

$q_v$  – объемное энерговыделение внутренних источников,  $\text{Вт}/\text{м}^3$ .

В данном случае физические свойства материалов независимы от температуры, тогда уравнение принимает вид:

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = a \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) + \frac{q_v}{c},$$

где  $a$  – коэффициент температуропроводности,  $\text{м}^2/\text{с}$ .

Начальные условия для всех материалов одинаковы:

$$T(x_i, 0) = 50^\circ\text{C} = 323 \text{ K}.$$

Границные условия, следующие:

1. На границе между источником тепла и материалом БНС будет ГУ 4 рода:

$$\lambda_{\text{Ст20}} \frac{dT(L_-)}{dx} = \lambda_{\text{БНС}} \frac{dT(L_+)}{dx}$$

Данное условие выполняется и для других осей.  $L$  – координата, на которой тела соприкасаются.

2. На границе между БНС и полиэтиленом ВД также будет ГУ 4 рода:

$$\lambda_{\text{БНС}} \frac{dT(L_-)}{dx} = \lambda_{\text{ПВД}} \frac{dT(L_+)}{dx}$$

Данное условие выполняется и для других осей.  $L$  – координата, на которой тела соприкасаются.

3. На внешней границе выполняет ГУ 3 рода:

$$\lambda_{\text{ПВД}} \frac{dT(L)}{dx} = -\alpha(T(L) - T_{\text{ср}})$$

Данное условие также выполняется для всех осей.

Также стоит отметить, что данная задача является симметричной и необходимо записать условие симметричности (также выполняется для всех координат):

$$\frac{dT}{dx} \Big|_{x=0} = 0$$

### **Выбранные параметры и обоснование**

Все параметры соответствуют заданию. В качестве ГУ 4 рода были заданы интерфейсы между поверхностями. В качестве ГУ 3 рода были заданы значения коэффициента теплоотдачи и температуры окружающей среды. Куб был разделен на две части, так как задача симметричная.

## Решение (с обоснованием)

1. Создание модели Логос Прочность для создания геометрии и сетки.

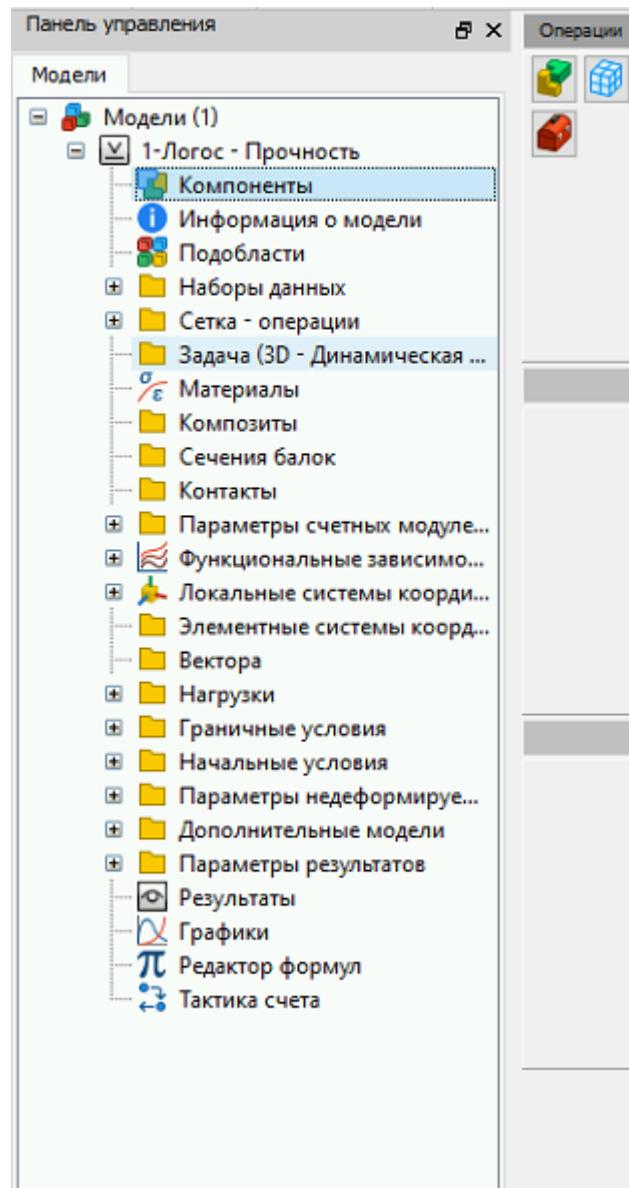


Рис. 1. Создание модели Логос Прочность

2. Создание кубов. Внешний куб соответствует изоляции из Полиэтилена ВД, сторона куба равна 0,2 м. Средний куб соответствует изоляции из БНС, сторона куба равна 0,18 м. Внутренний куб соответствует источнику энерговыделений, сторона куба равна 0,14 м.

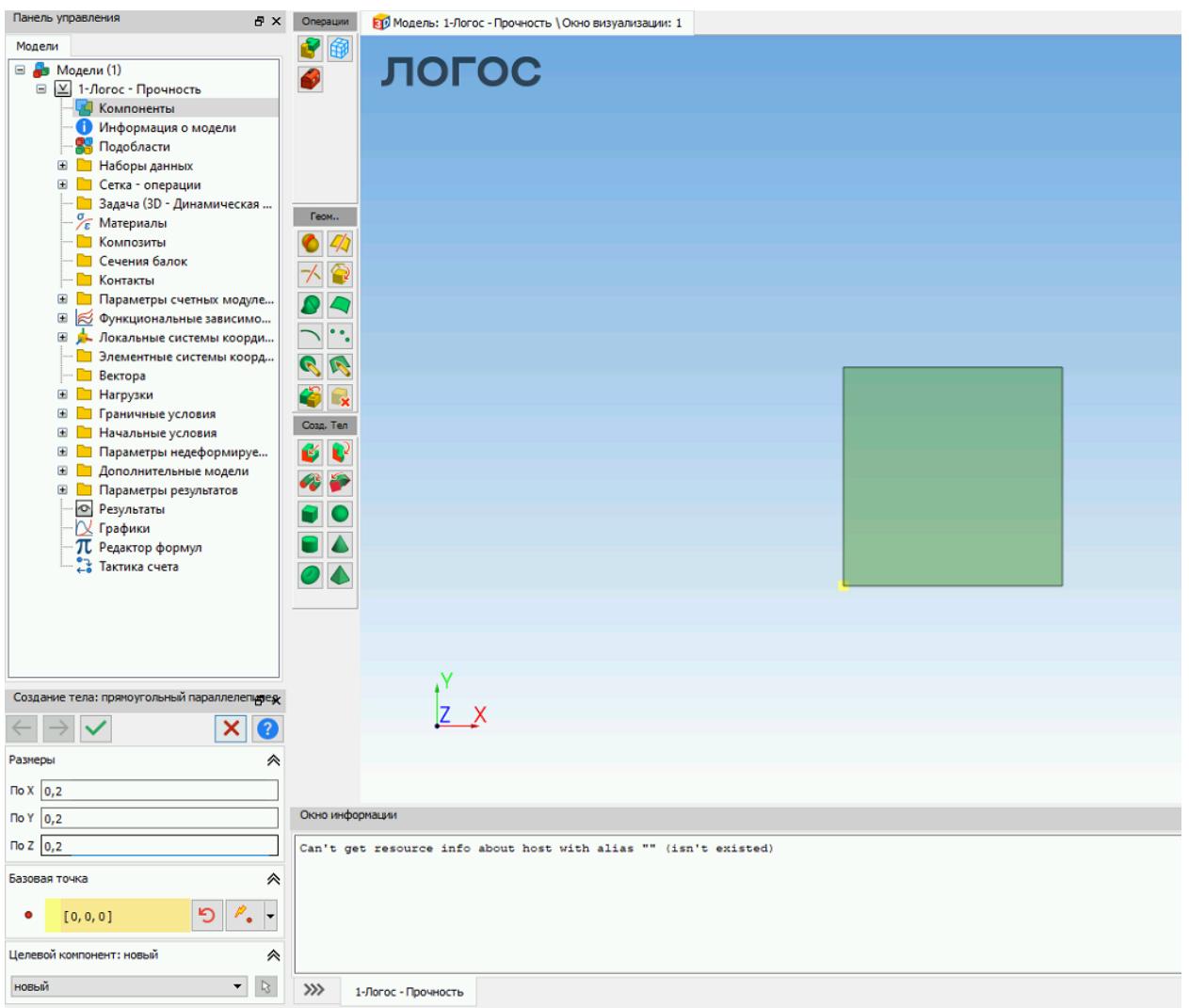


Рис. 2. Создание куба с гранью 0.2 м

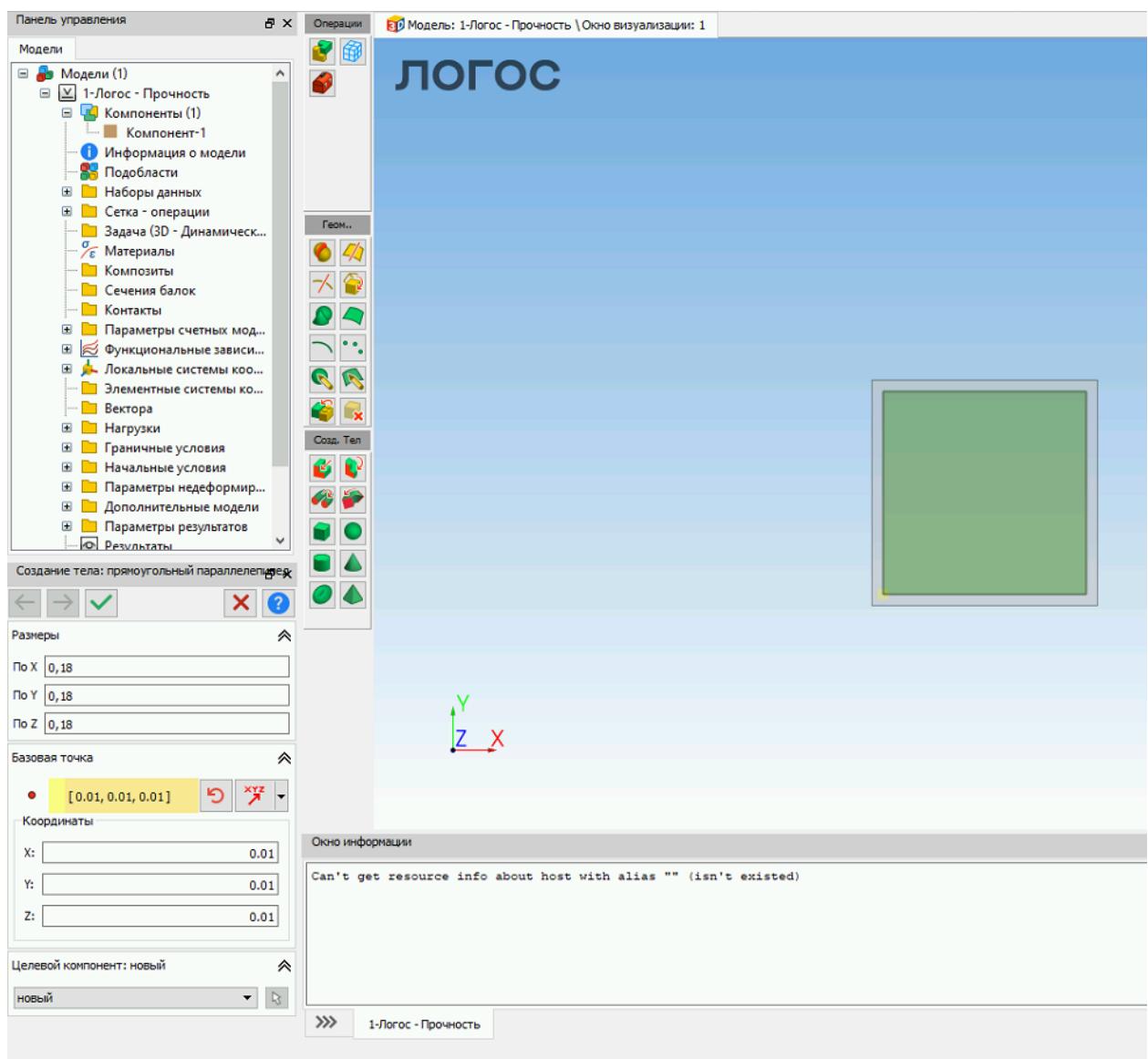


Рис. 3. Создание куба с гранью 0,18 м

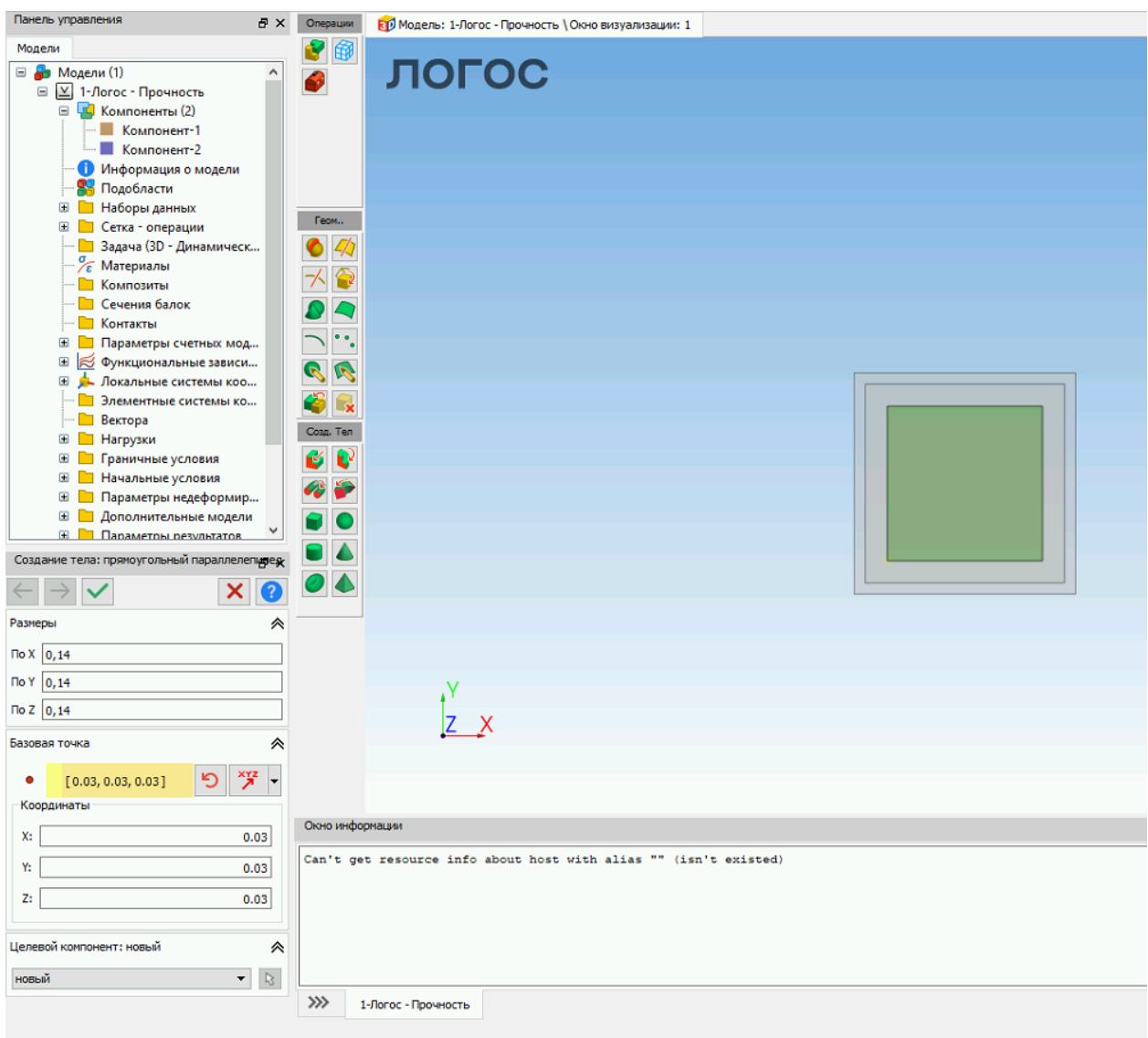


Рис. 4. Создание куба с гранью 0,14 м

3. Так как тело симметрично, все элементы разрезаются пополам.

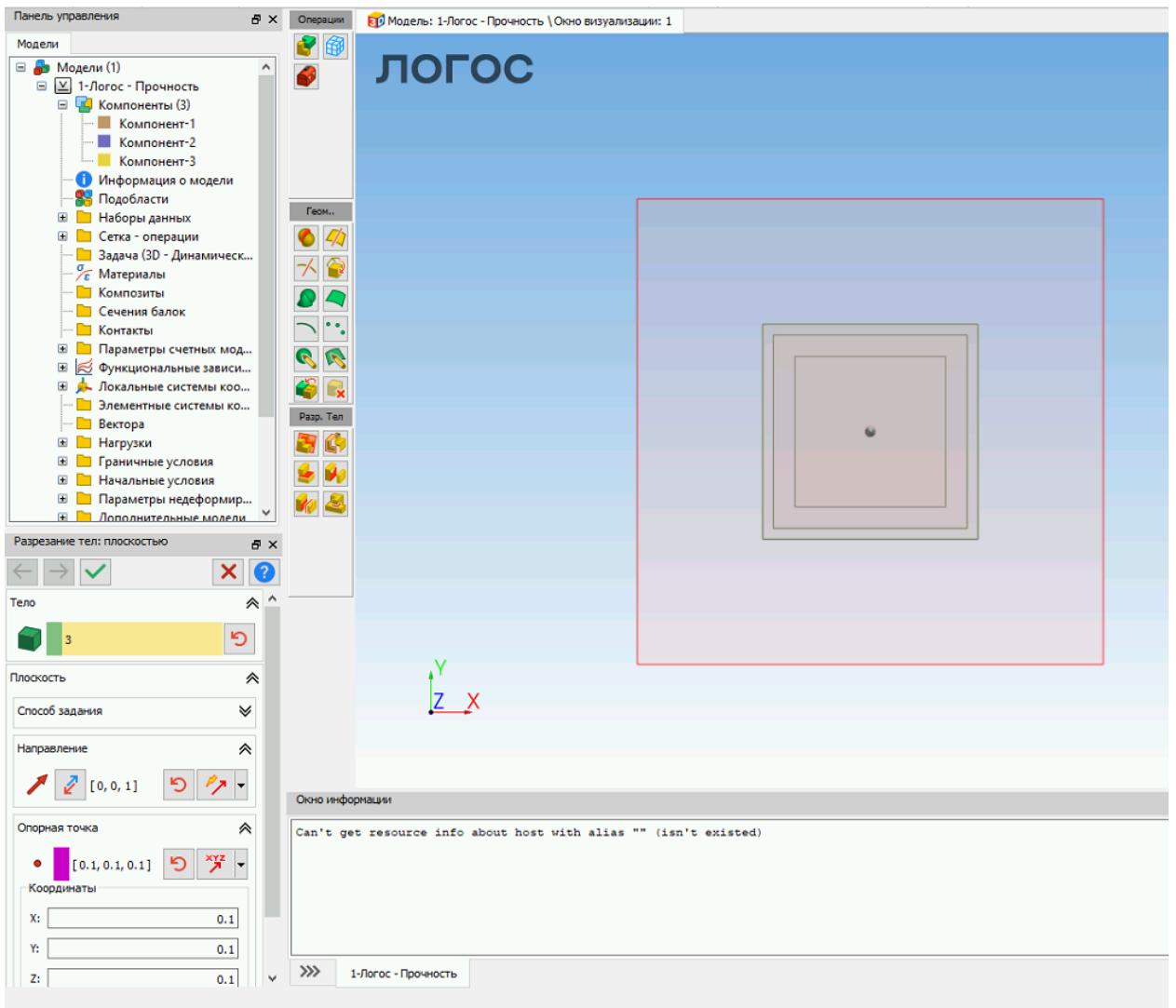


Рис. 5. Разрезание созданных кубов пополам

#### 4. Удаление половины отрезанных элементов.

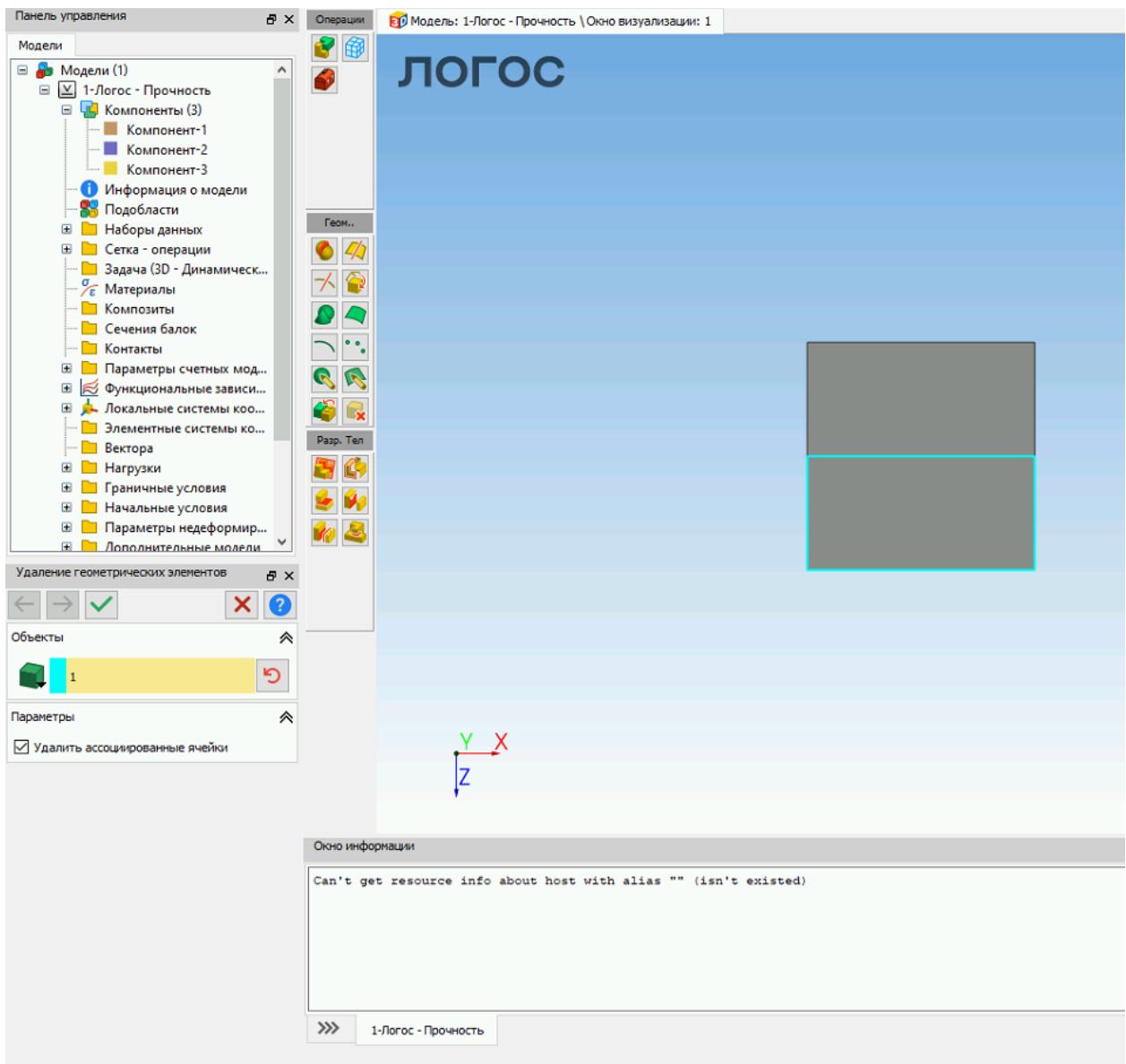


Рис. 6. Удаление половины внешнего куба

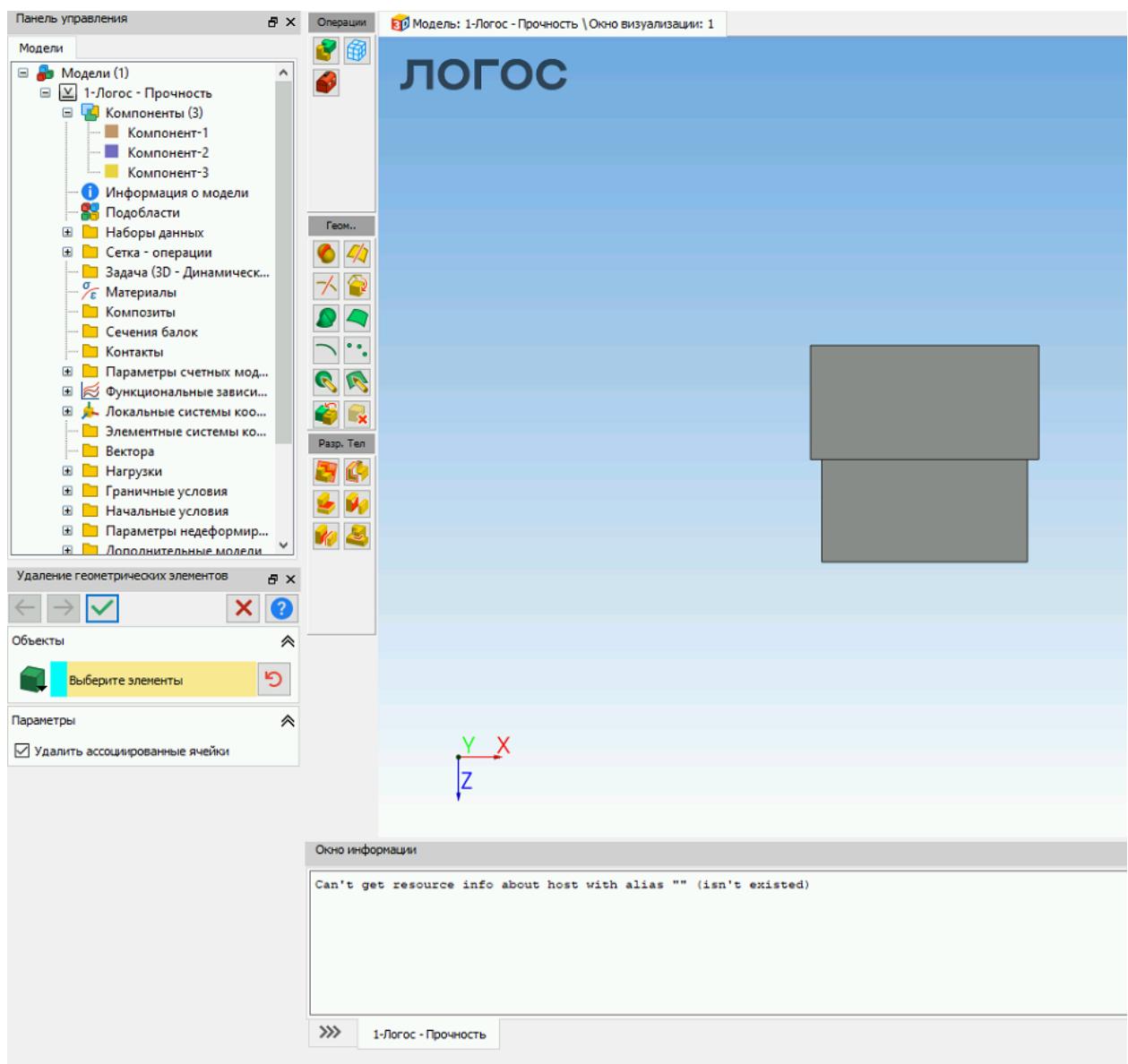


Рис. 7. Результат удаления

## 5. Полученный разрез модели.

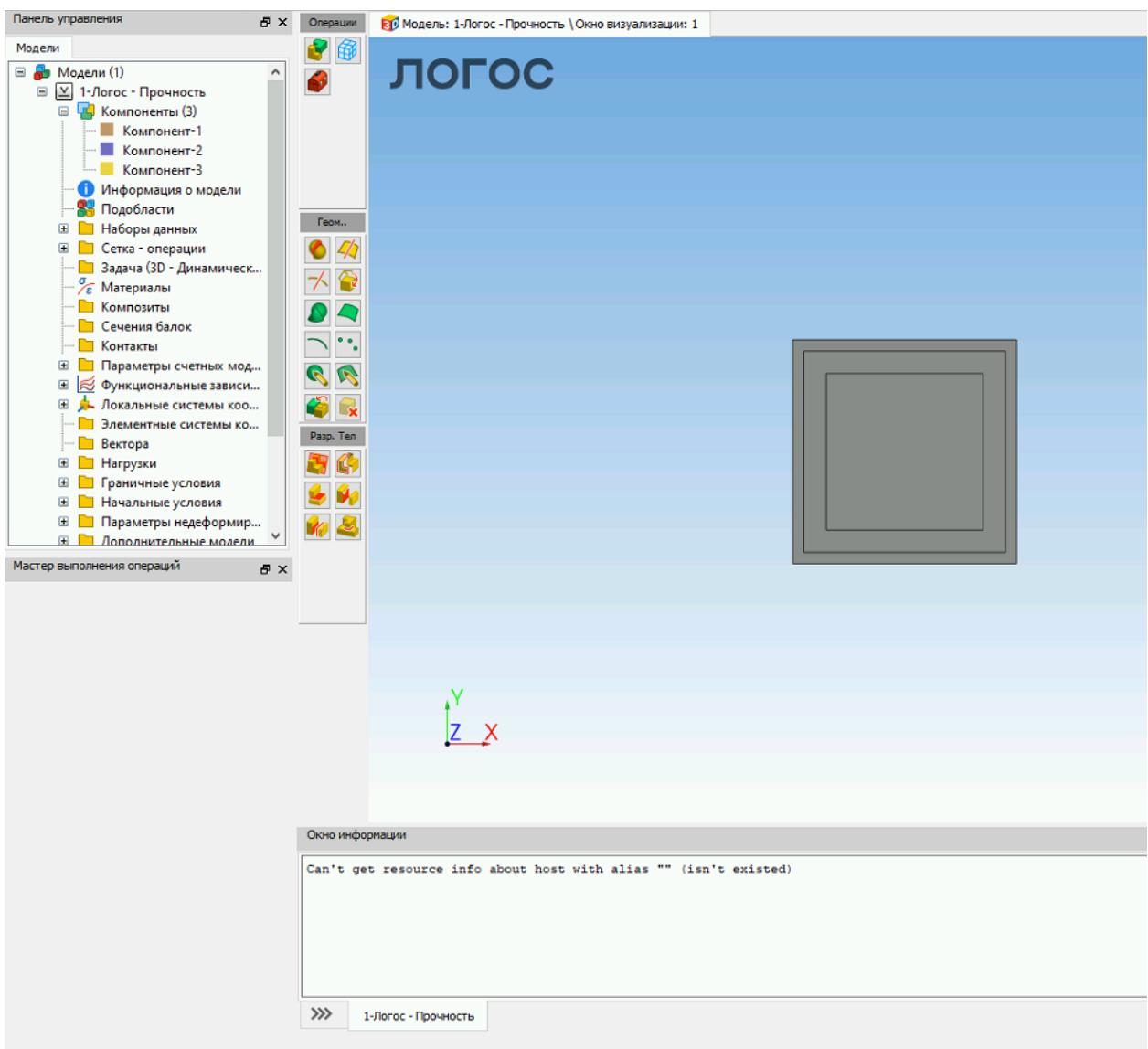


Рис. 8. Разрез модели

6. Далее необходимо удалить пересекающиеся внутренние части кубов. Операция выполняется при помощи логических операций с телами -> вычитание. Последовательно из внешнего куба вычитается средний куб. Из среднего куба вычитается внутренний куб.

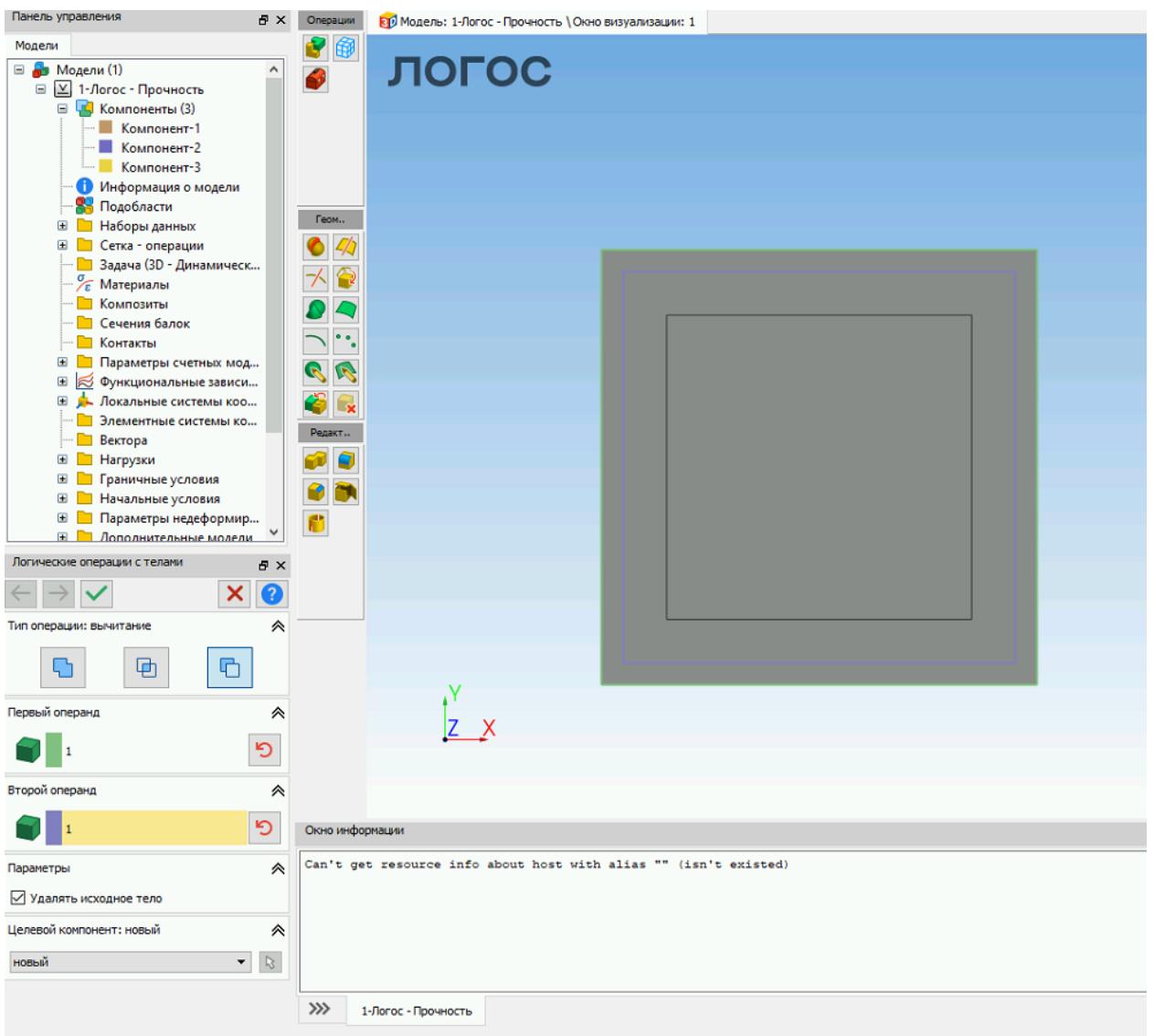


Рис. 9. Операция логического вычитания из внешнего куба среднего куба

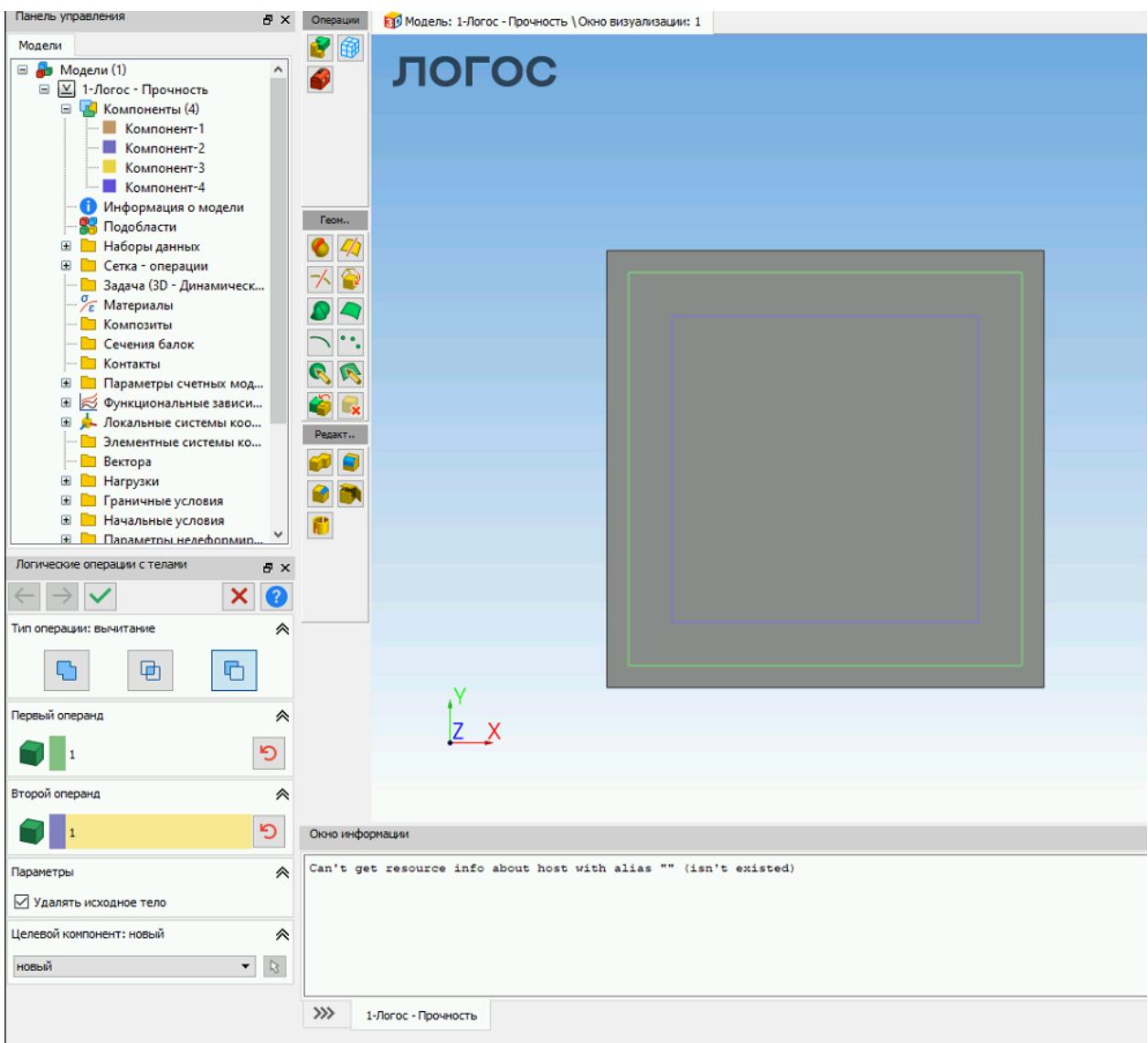


Рис. 10. Операция логического вычитания из среднего куба внутреннего куба

7. Ниже представлены все элементы модели. 1 – изоляция из полиэтилена ВД. 2 – изоляция из БНС, 3 – источник энерговыделения.

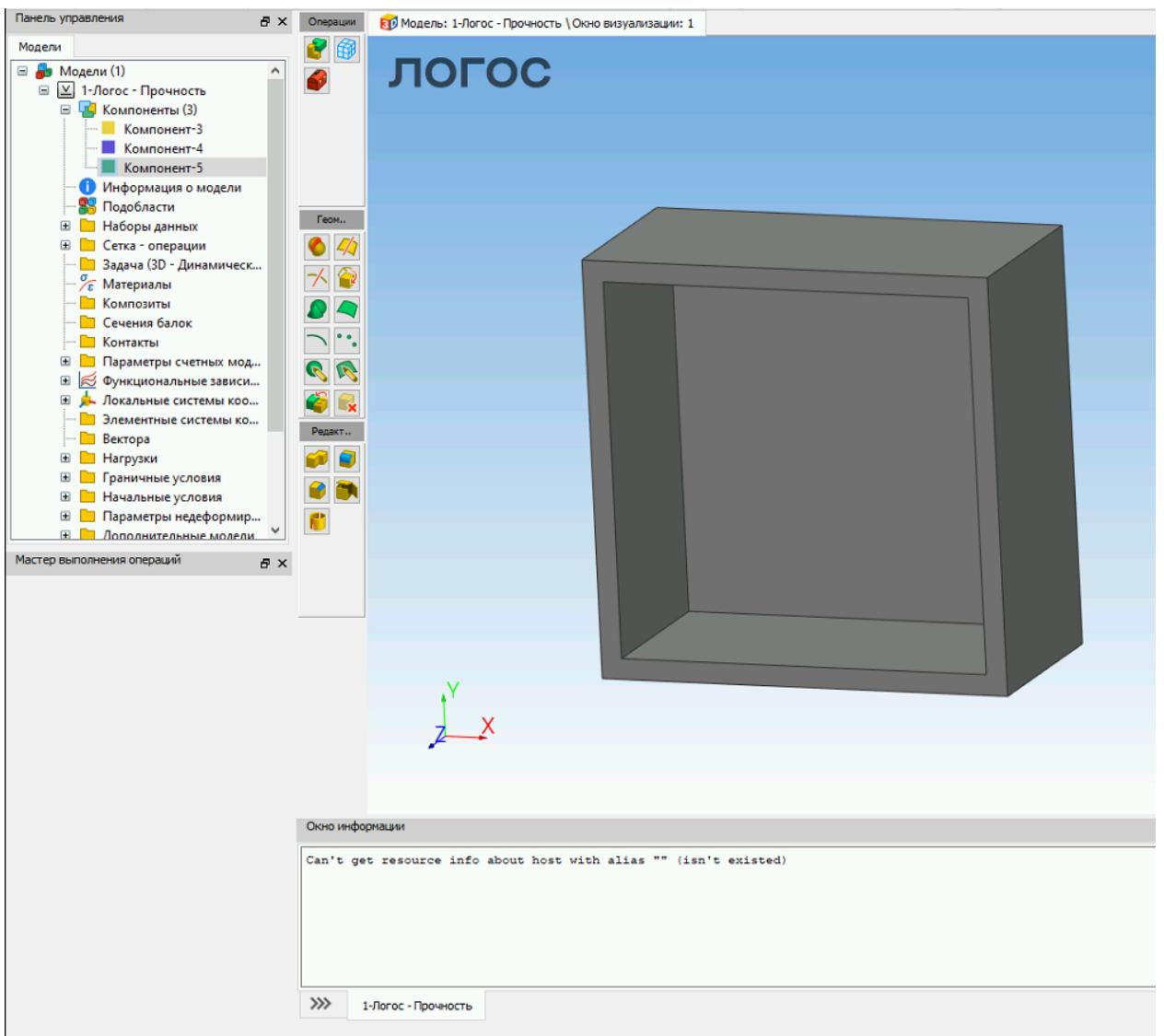


Рис. 11. Полученная геометрия для полиэтилена ВД

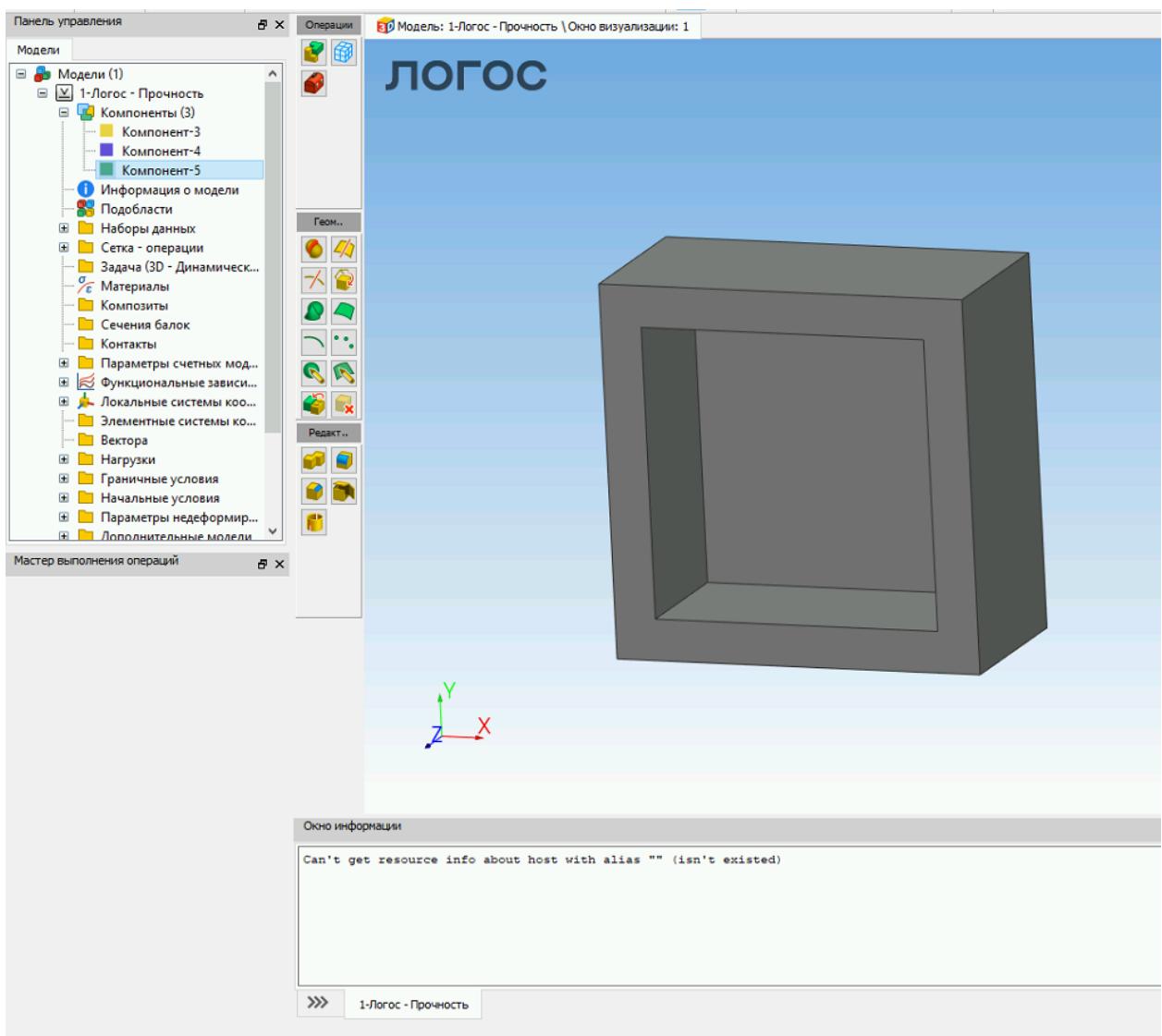


Рис. 12. Полученная геометрия для БНС

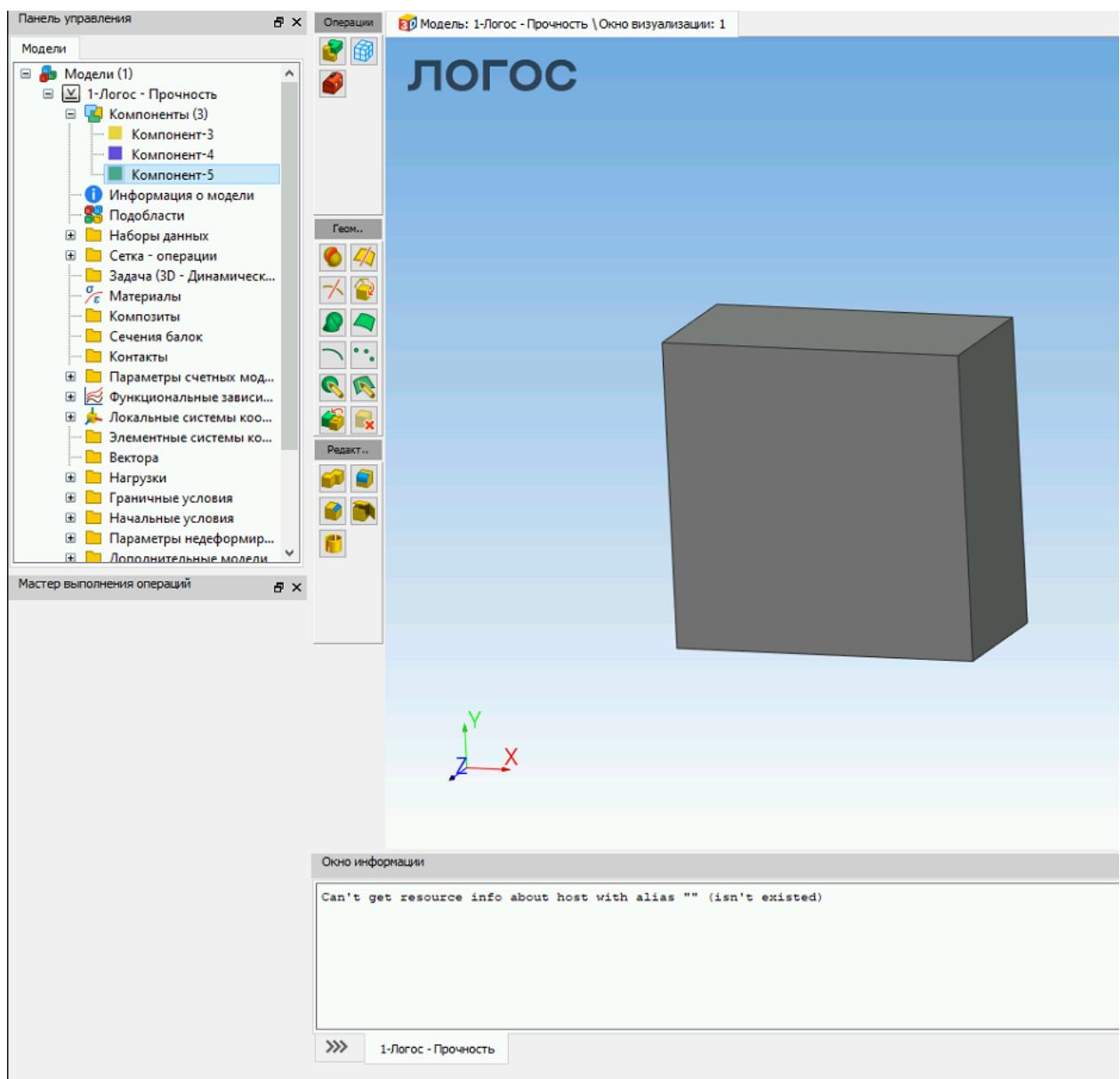


Рис. 13. Полученная геометрия для внутреннего источника энерговыделений

8. Далее была создана расчетная сетка, параметры, которые задавались, приведены на скриншоте.

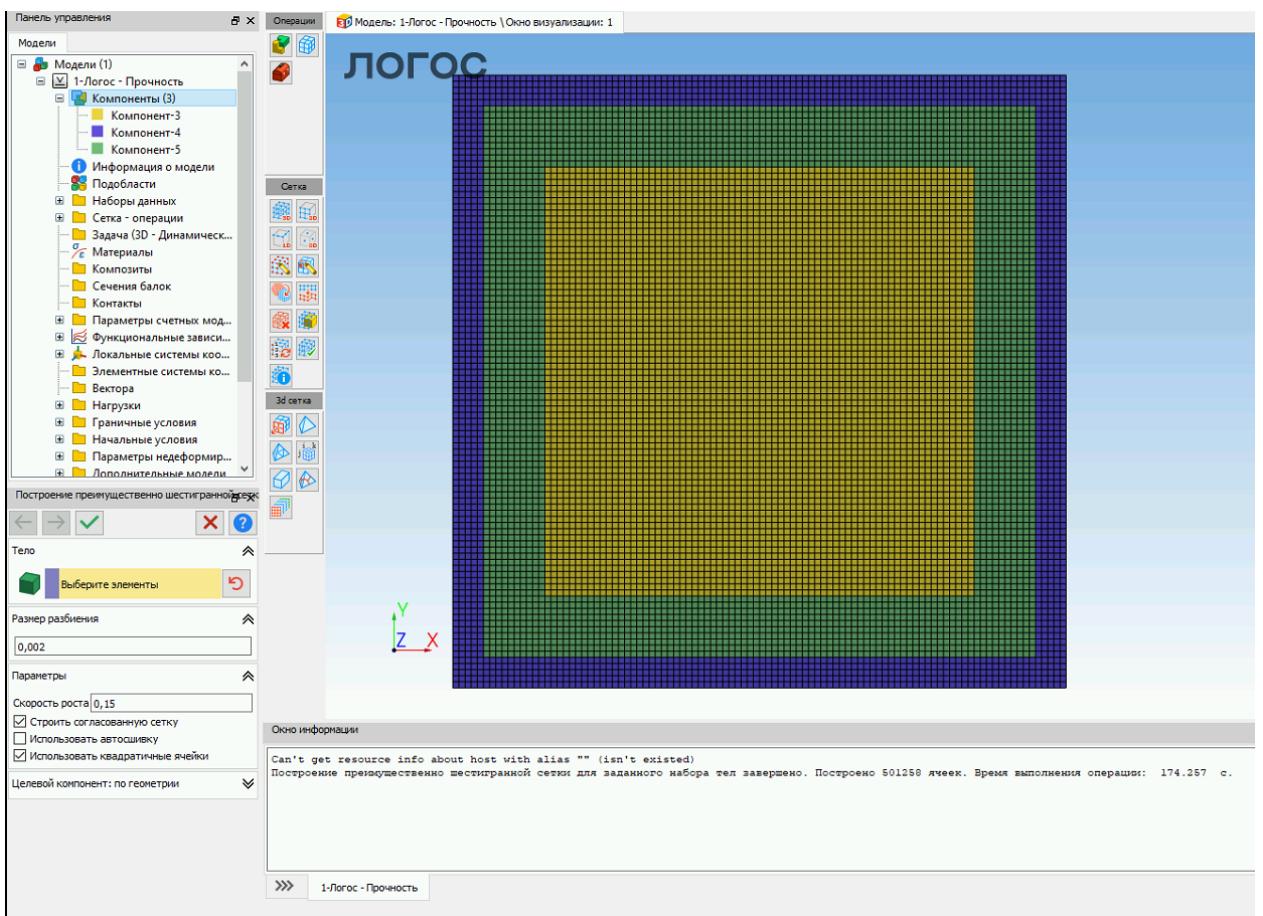


Рис. 14. Расчетная сетка

9. Далее были созданы подобласти по компонентам. Для удобства работы все компоненты и подобласти были переименованы в соответствии с материалами.

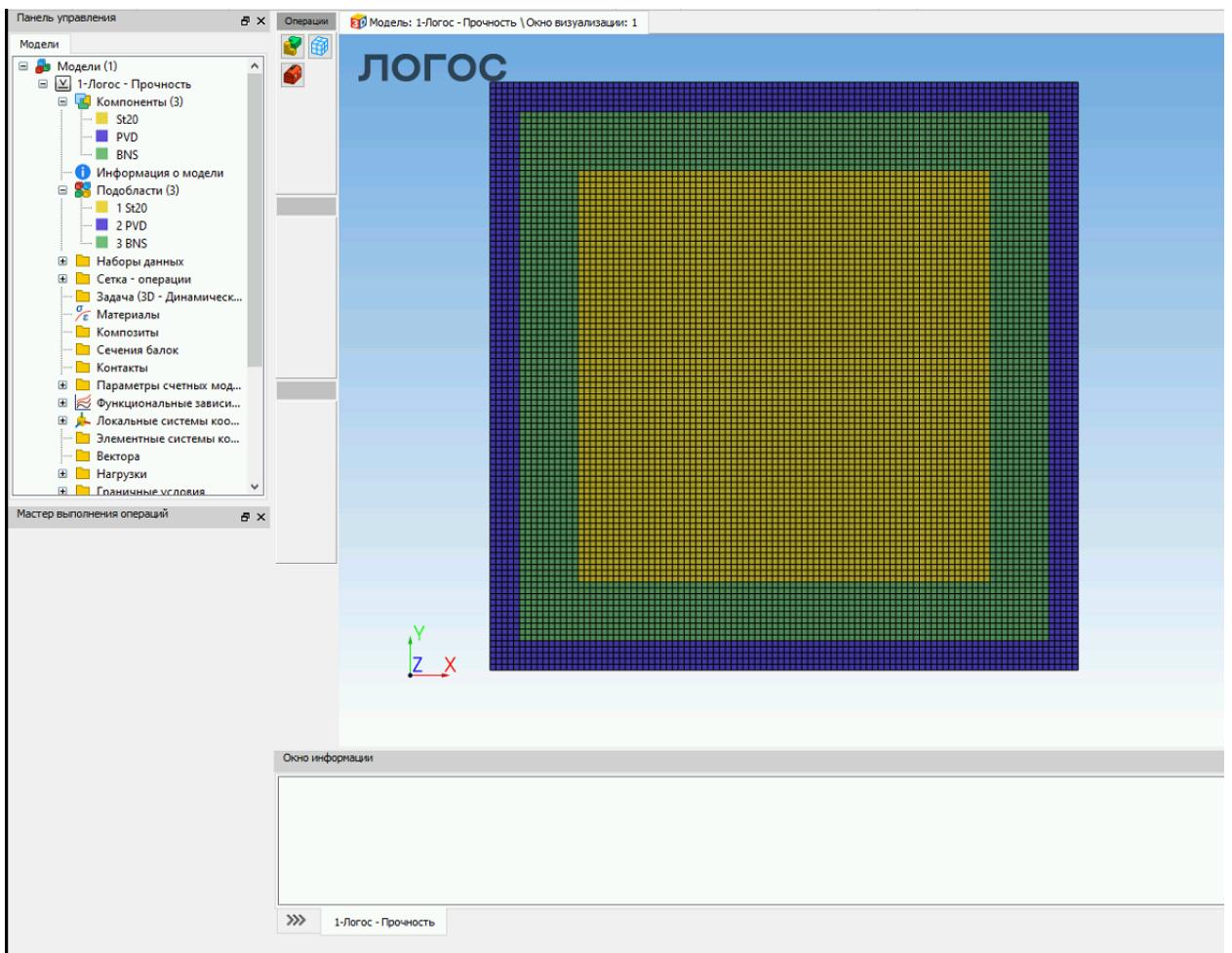


Рис. 15. Подобласти в соответствии с материалами

10. Ниже представлены характеристики сетки.

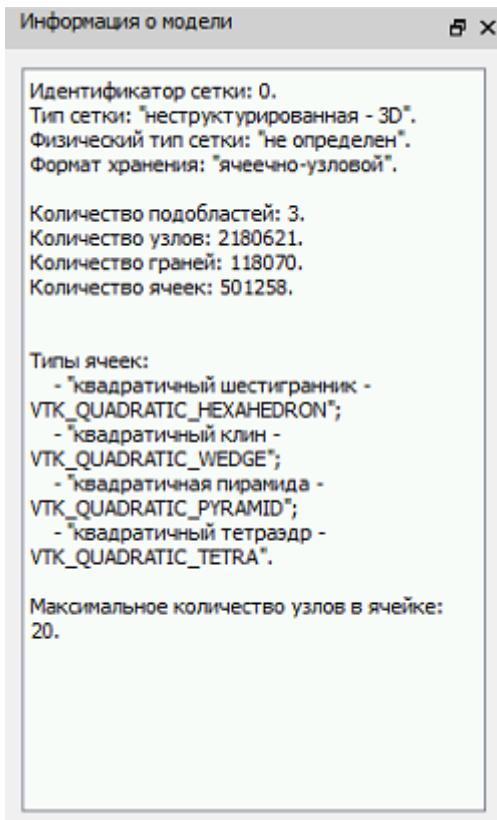


Рис. 16. Характеристики сетки

11. Далее был создан модуль тепло для решения поставленной задачи.

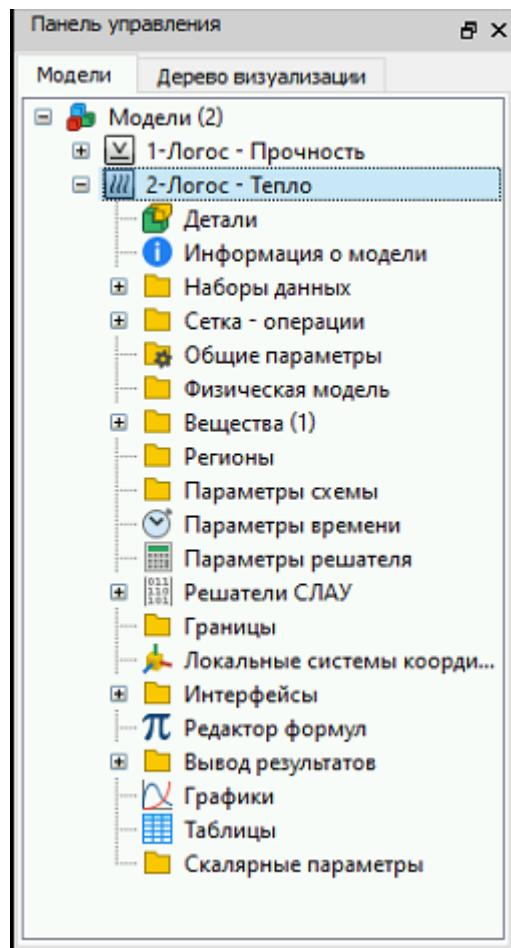


Рис. 17. Создание модуля тепло для решения поставленной задачи

12. Была импортирована сетка, созданная в модуле прочность.

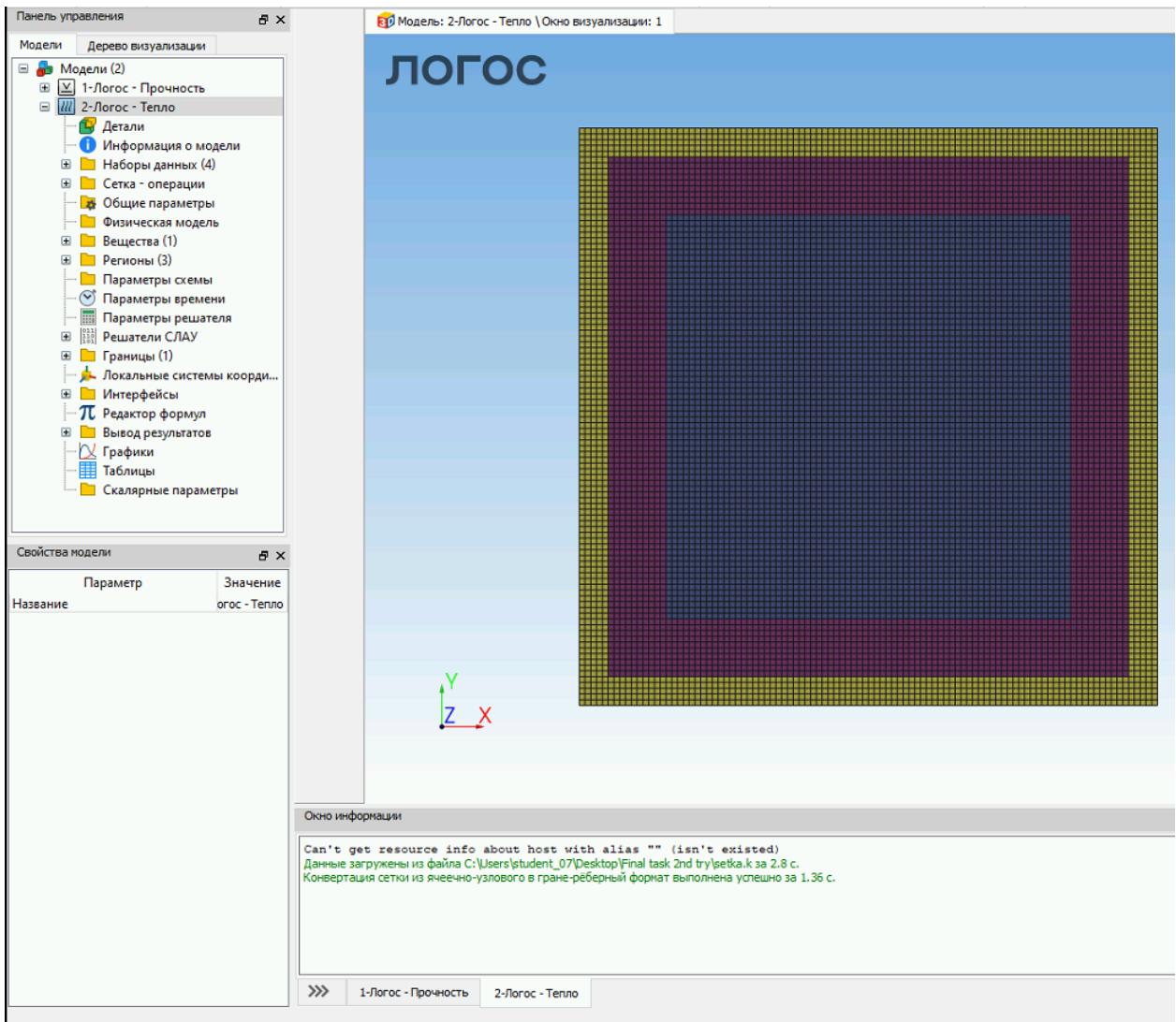


Рис. 18. Импортированная сетка из модуля прочность

13. Далее были заданы грани, для последующего решения. Convection – внешняя граница, для которой будут заданы условия конвективного теплообмена.

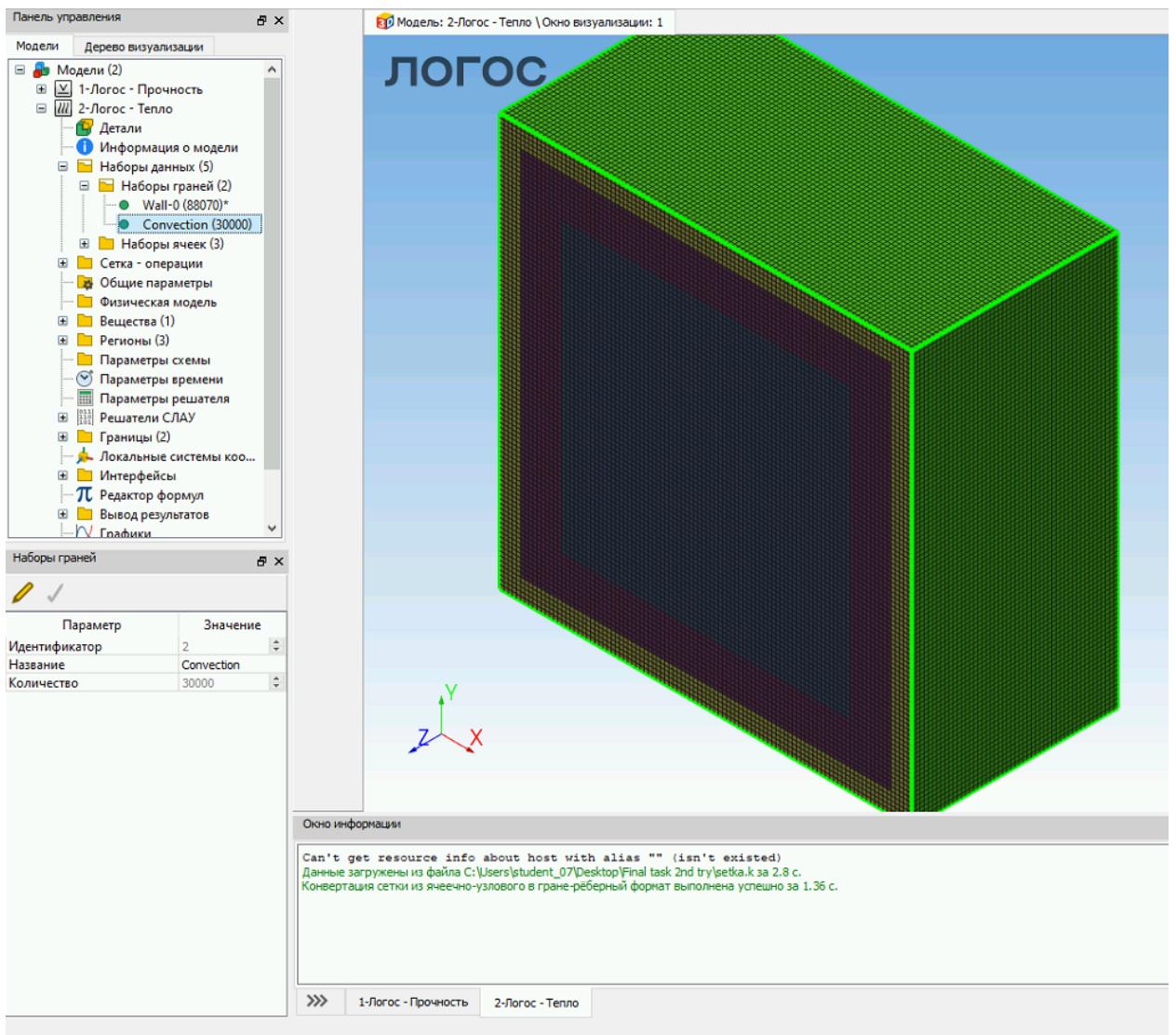


Рис. 19. Создание набора граней Convection

#### 14. InsidePVD – внутренняя часть изоляции из полиэтилена ВД.

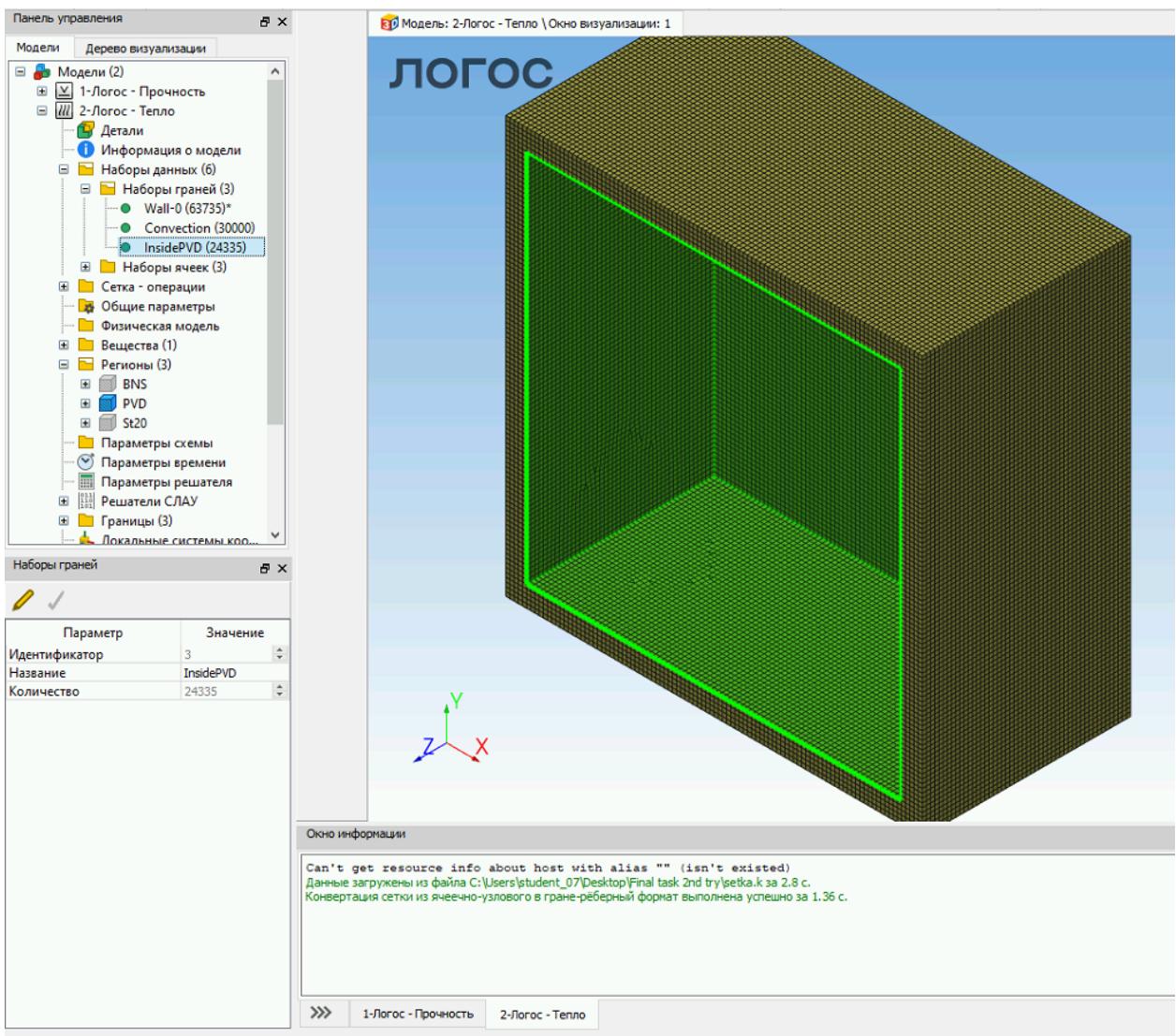


Рис. 20. Создание набора граней InsidePVD

## 15. OutsideBNS – внешняя часть теплоизоляции из БНС.

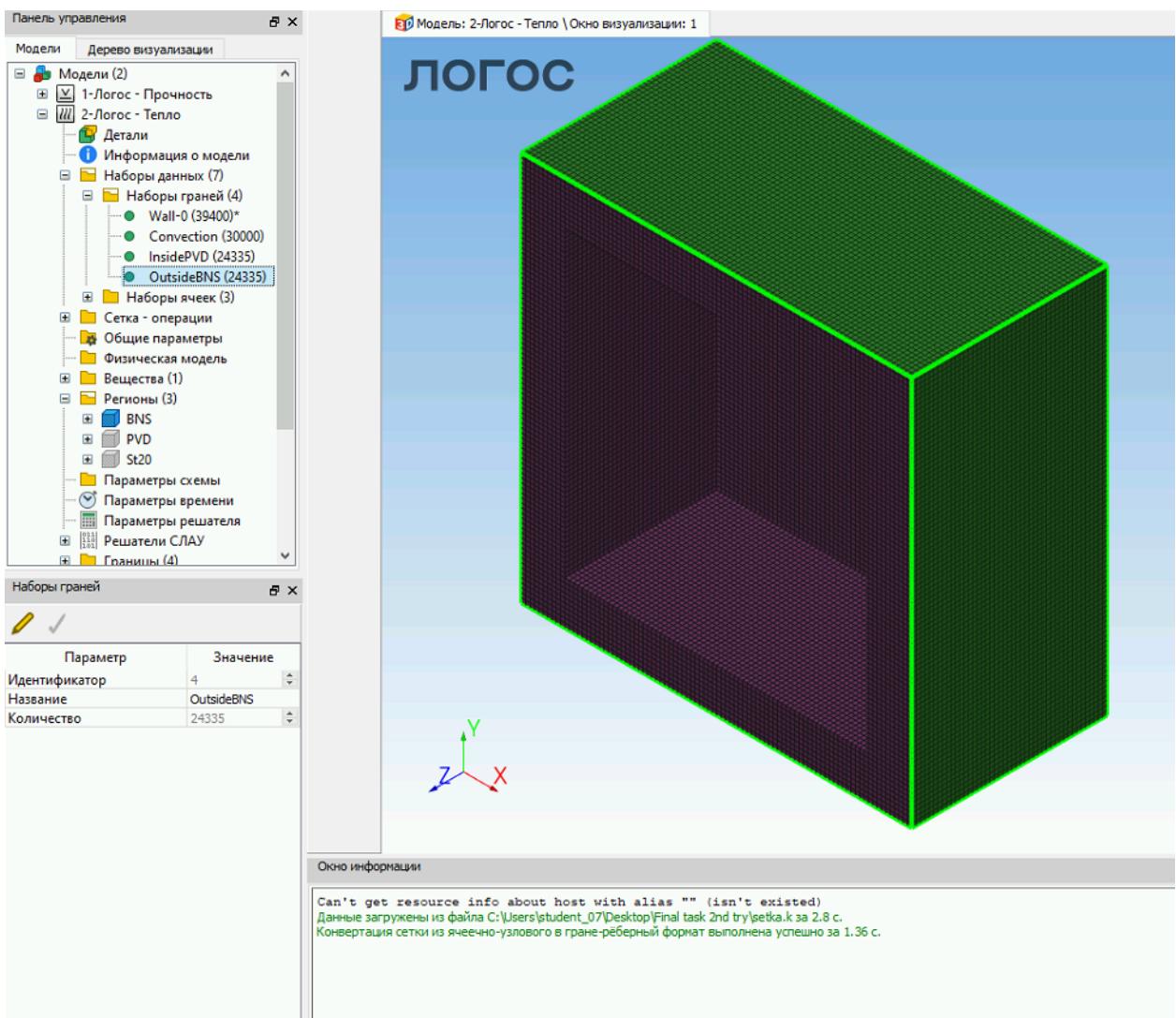


Рис. 21. Создание набора граней OutsideBNS

## 16. InsideBNS – внутренняя часть теплоизоляции из БНС.

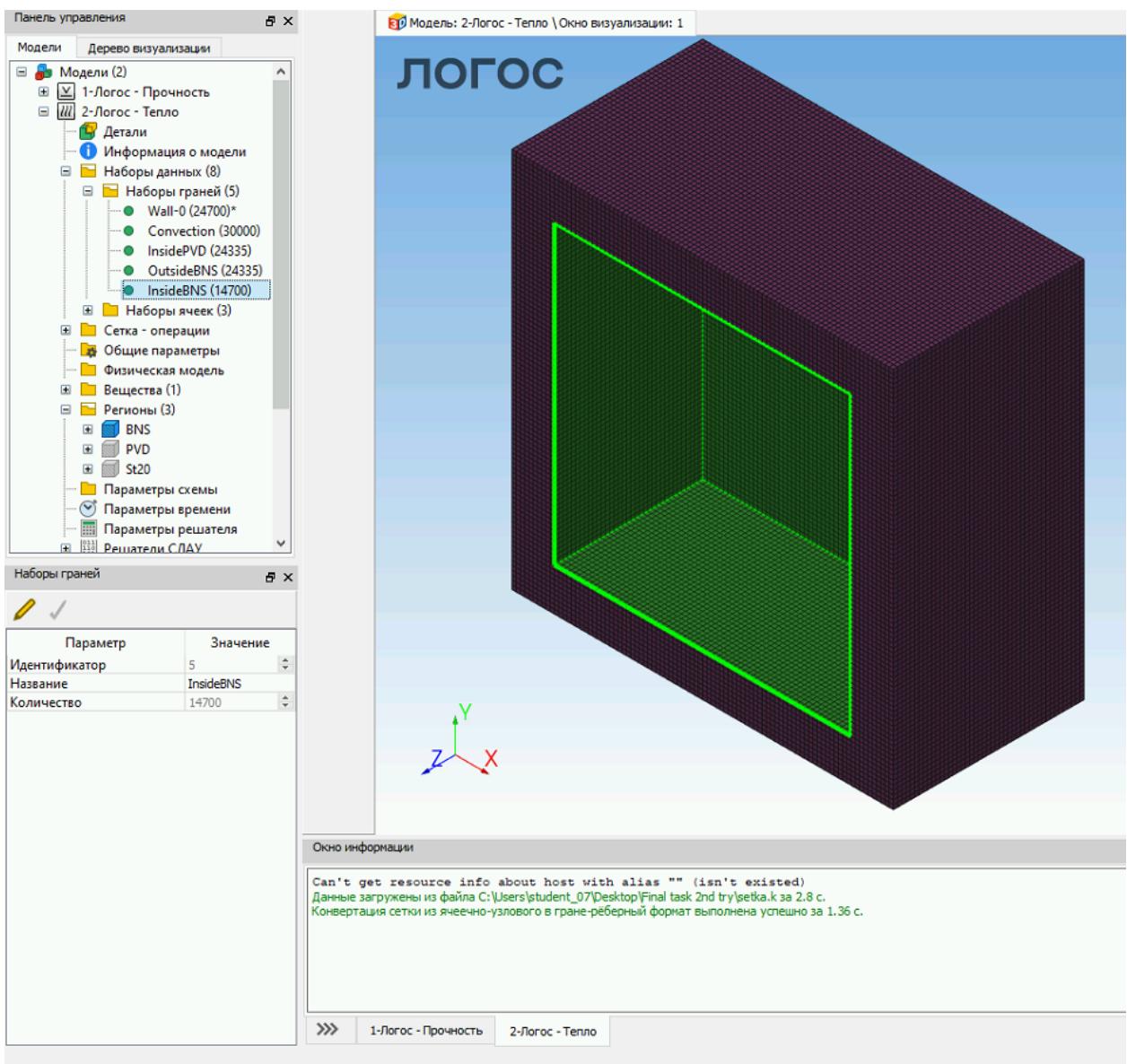


Рис. 22. Создание набора граней InsideBNS

## 17. OutsideSt20 – внешняя часть источника тепловыделения.

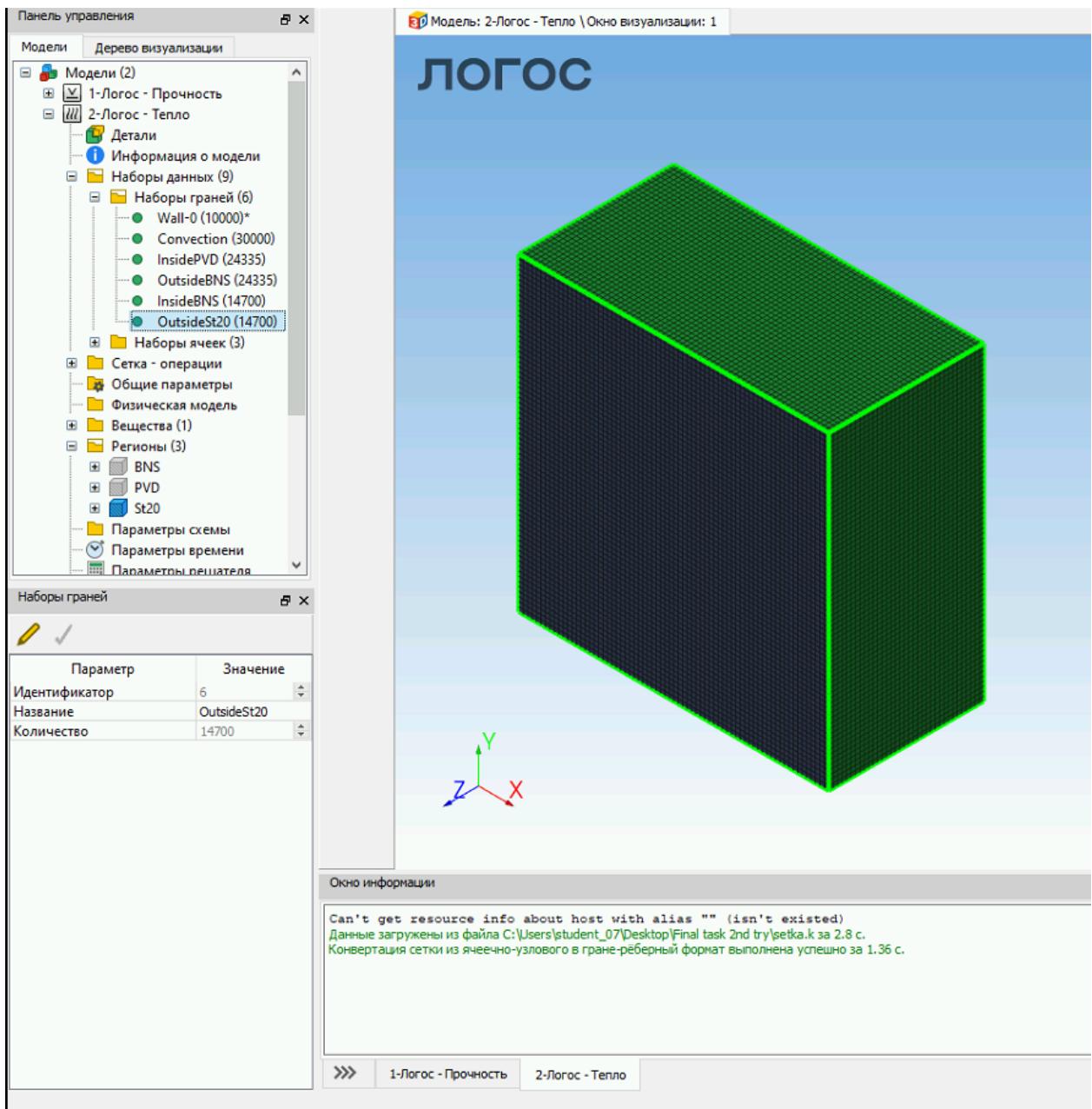


Рис. 23. Создание набора граней OutsideSt20

## 18. Symmetry – граница симметричности.

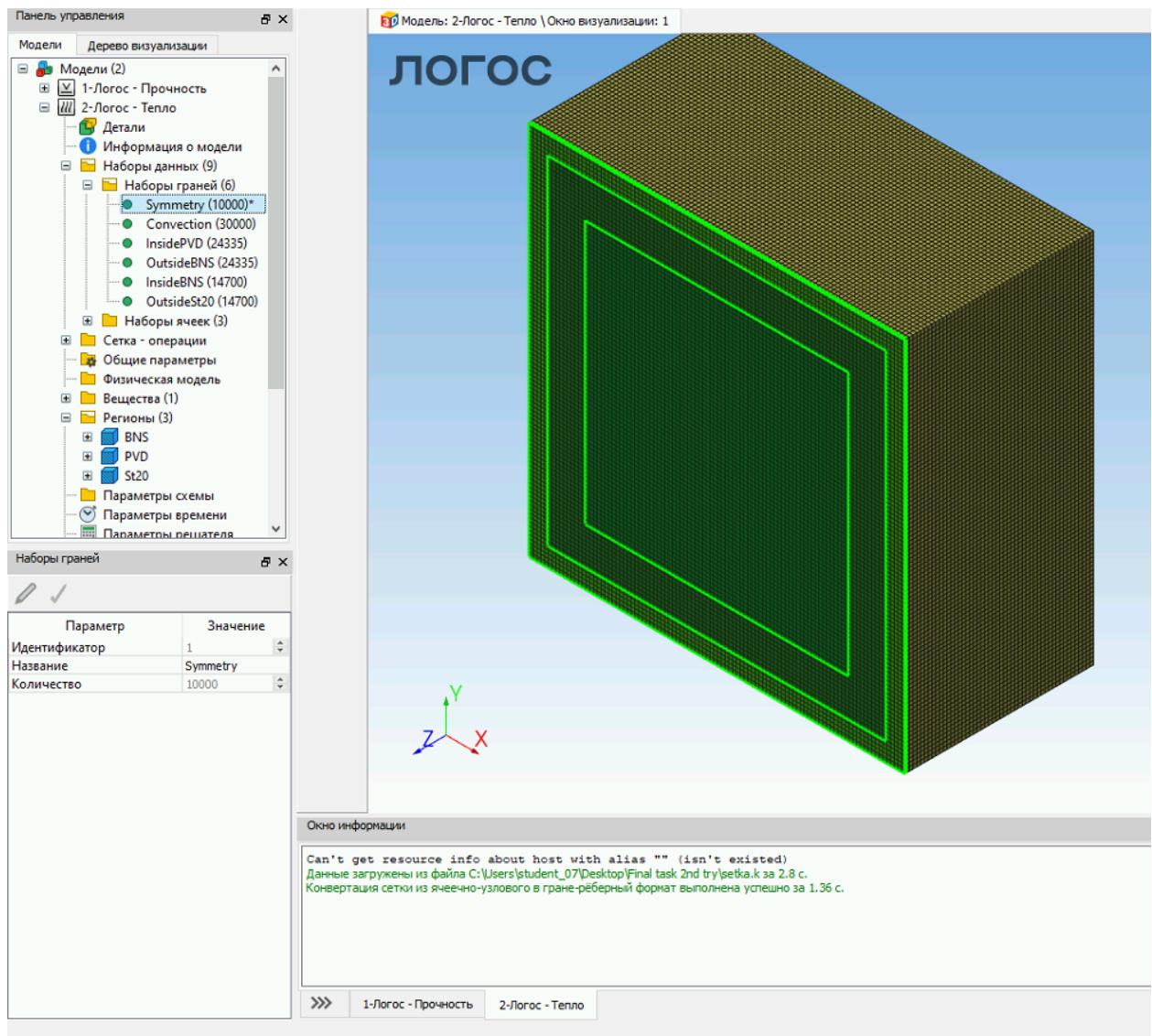


Рис. 24. Создание набора граней Symmetry

19. Решает нестационарная задача, поэтому во вкладке общие параметры выбирается соответствующее значение.



Рис. 25. Общие параметры

20. Далее были заданы материалы. Так как теплофизические характеристики источника энерговыделения соответствуют стали 20, добавляем её с помощью библиотеки элементов.

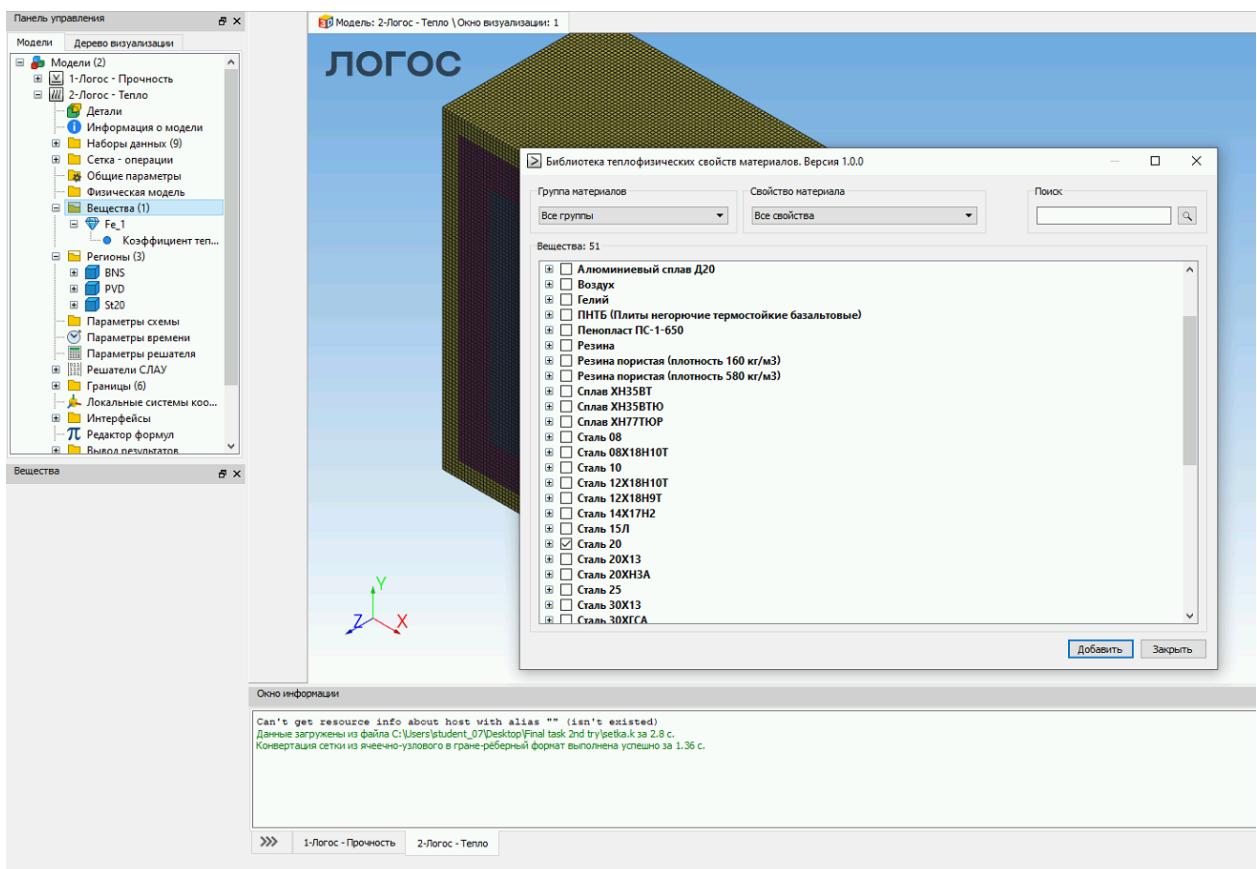


Рис. 26. Создание материала Ст20 из библиотеки

21. Другие два материала добавляются вручную, в итоге характеристики всех трех материалов выглядят следующим образом.

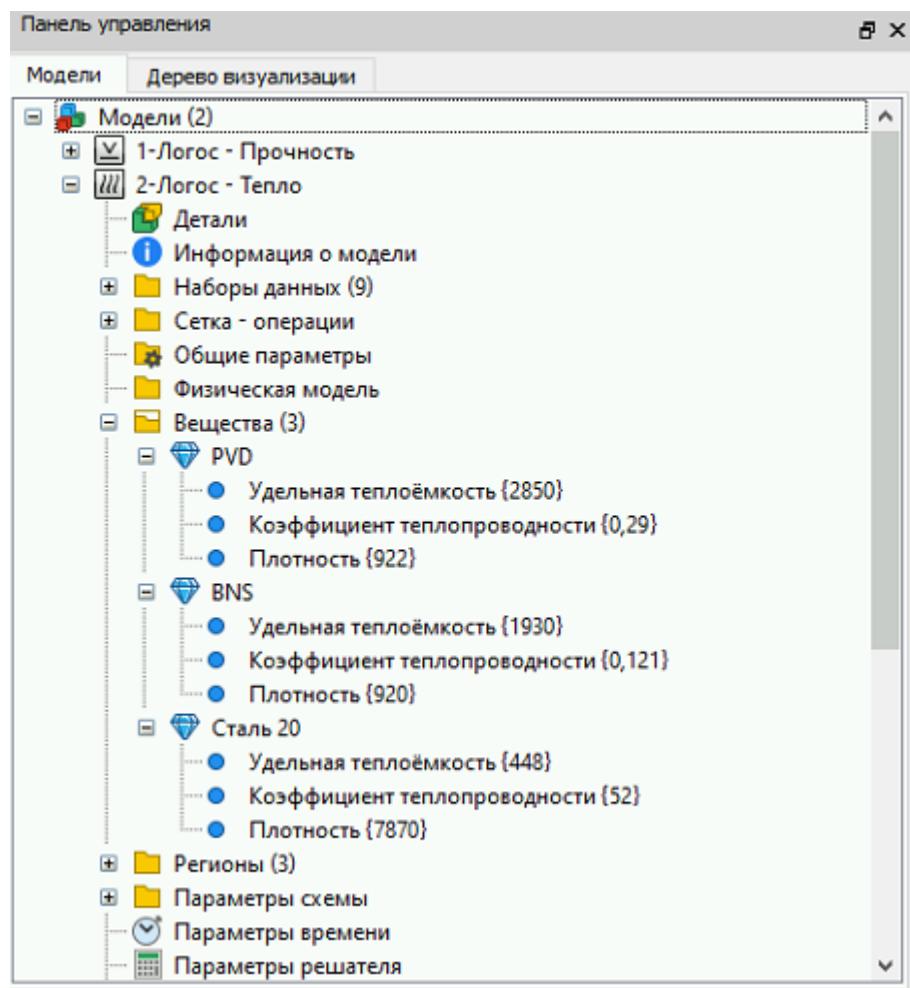


Рис. 27. Создание двух других материалов и задание их теплофизических свойств

22. Далее присваиваем каждому региону соответствующий ему материал. Также здесь задаются начальные условия. В соответствии с заданием температура внутри контейнера равна 50°C или 323K. Также элементу с внутренним источником энерговыделения задается значение объемного энерговыделения 6700 Вт/м<sup>3</sup>, в соответствии с заданием.

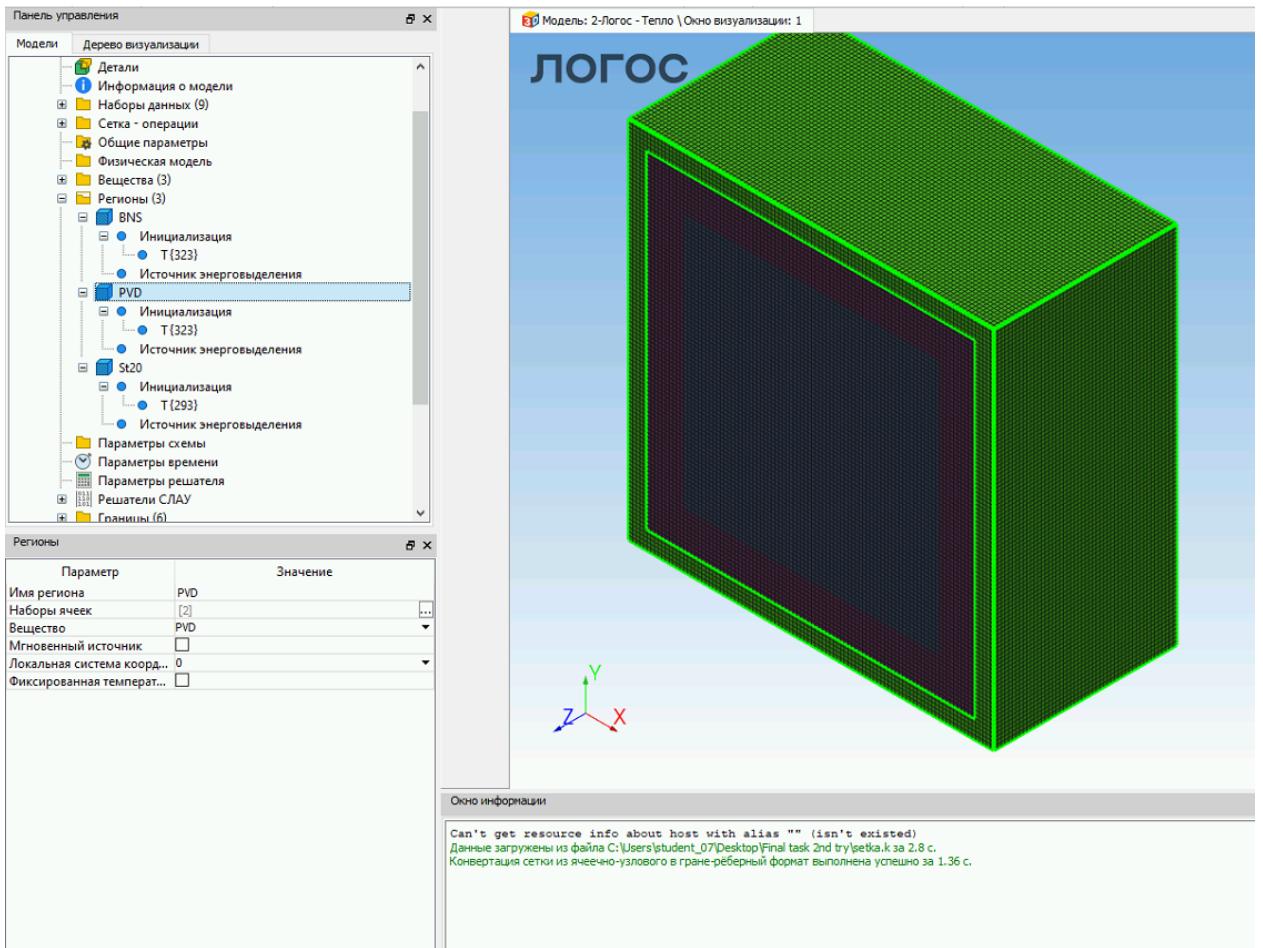


Рис. 28. Привязка материала к внешнему изолятору

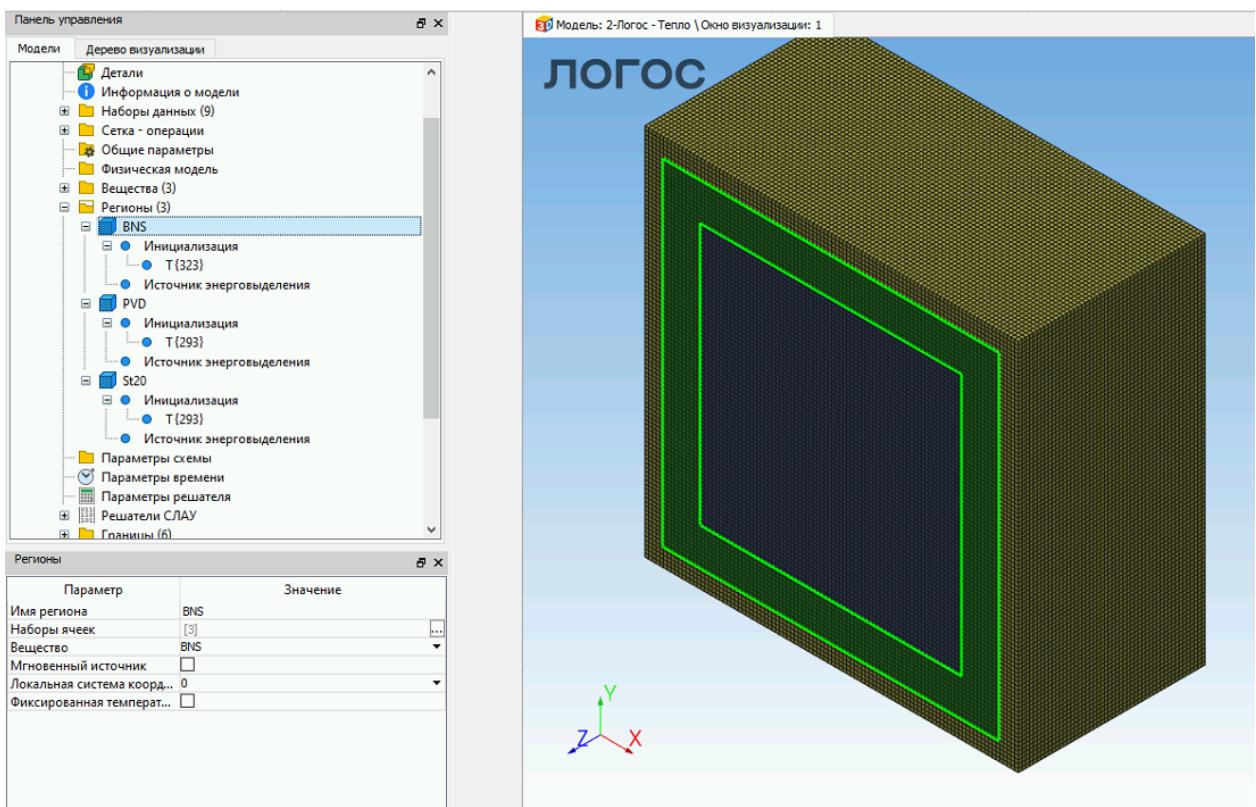


Рис. 29. Привязка материала к внутреннему изолятору

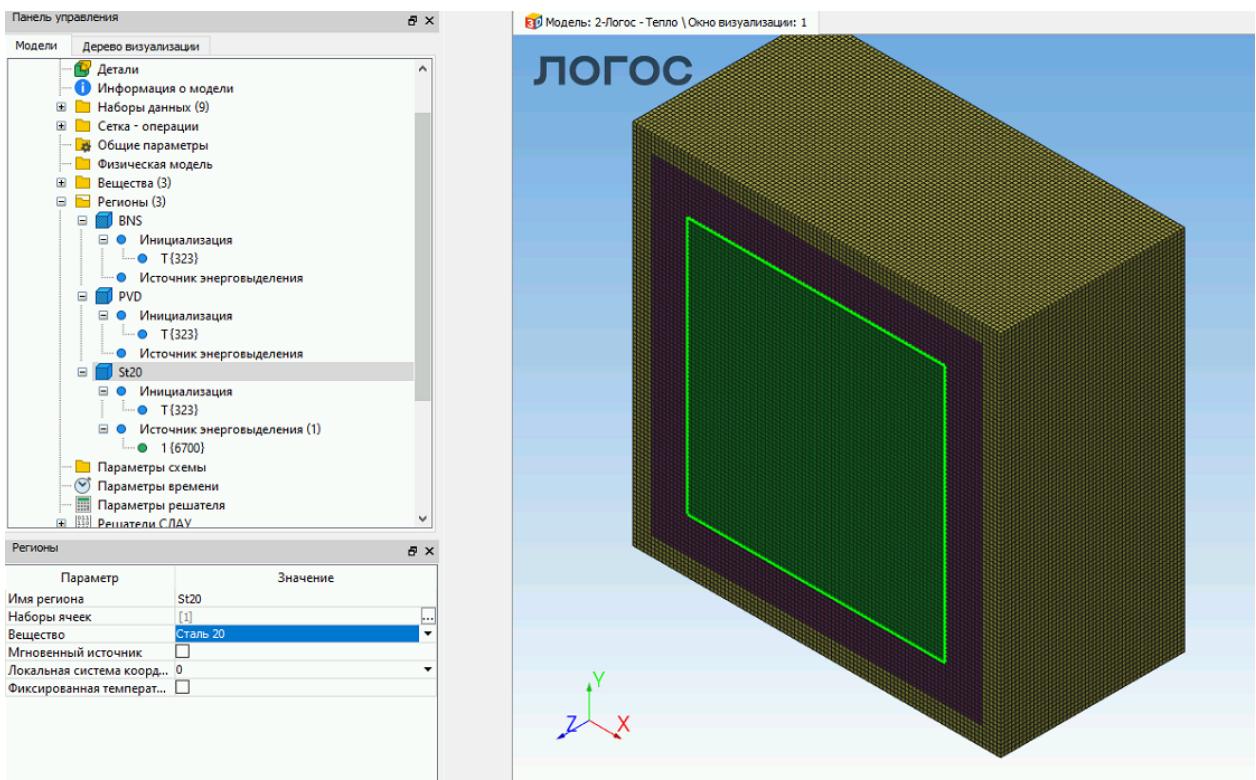


Рис. 30. Привязка материала к источнику энерговыделений

23. Следующим шагом задаются параметры времени в соответствии с заданием.

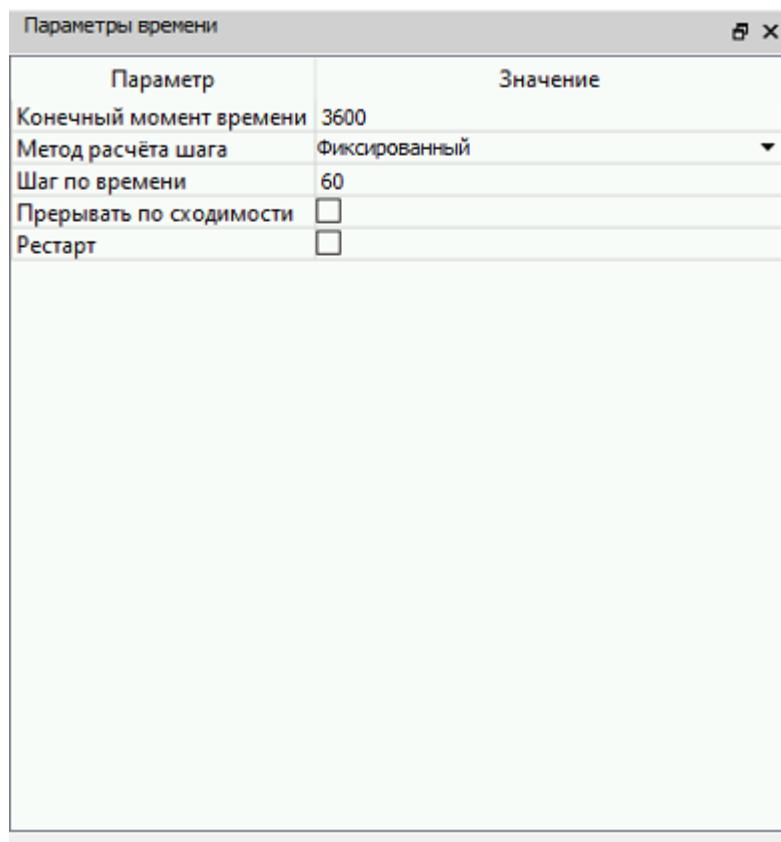


Рис. 31. Параметры времени

24. Далее задаются граничные условия. Для всех граней, кроме грани Convection граничным условием остается теплоизолированная стенка. На грани Convection задается конвективный теплообмен, в соответствии с заданием.

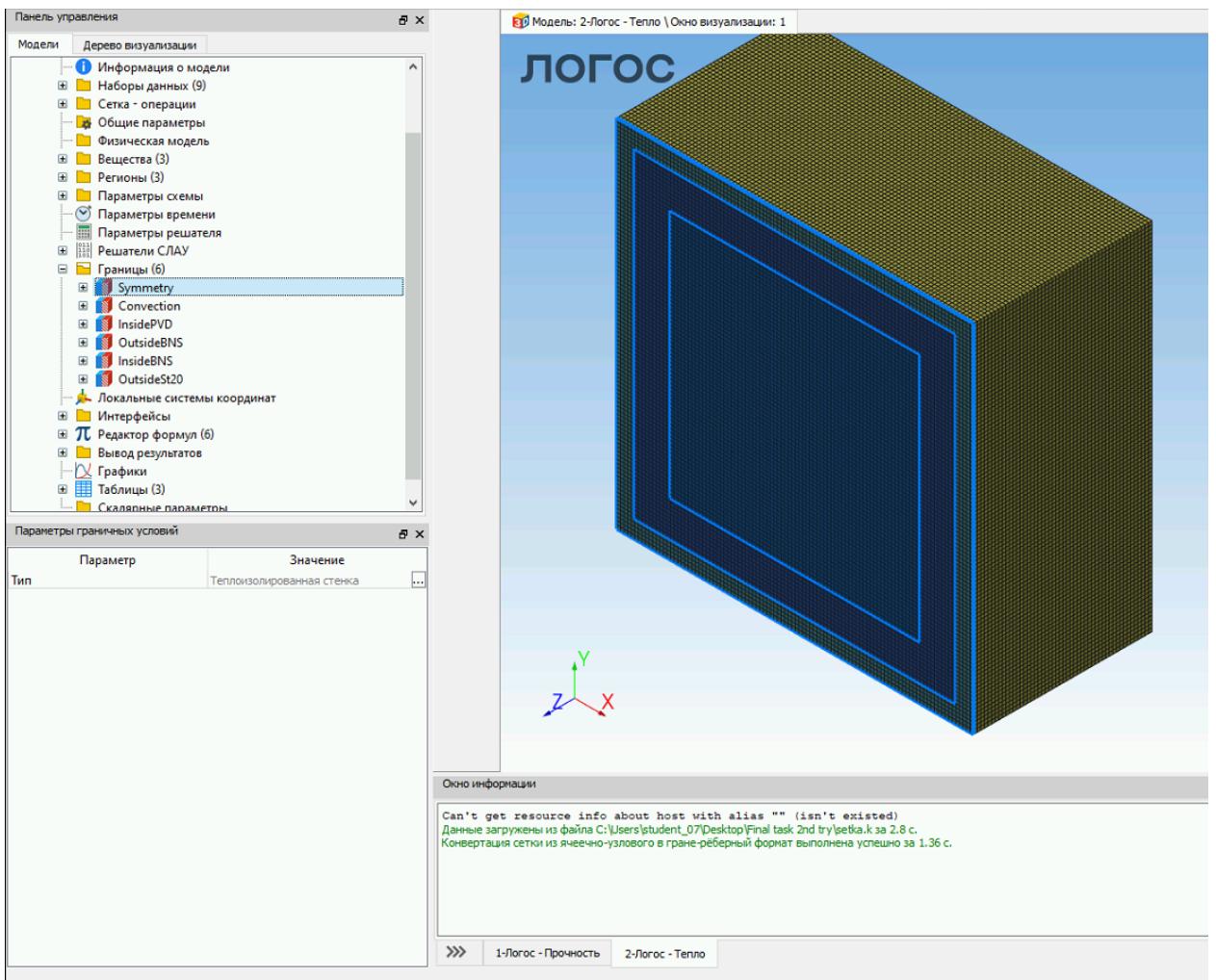


Рис. 32. Граничные условия грани Symmetry

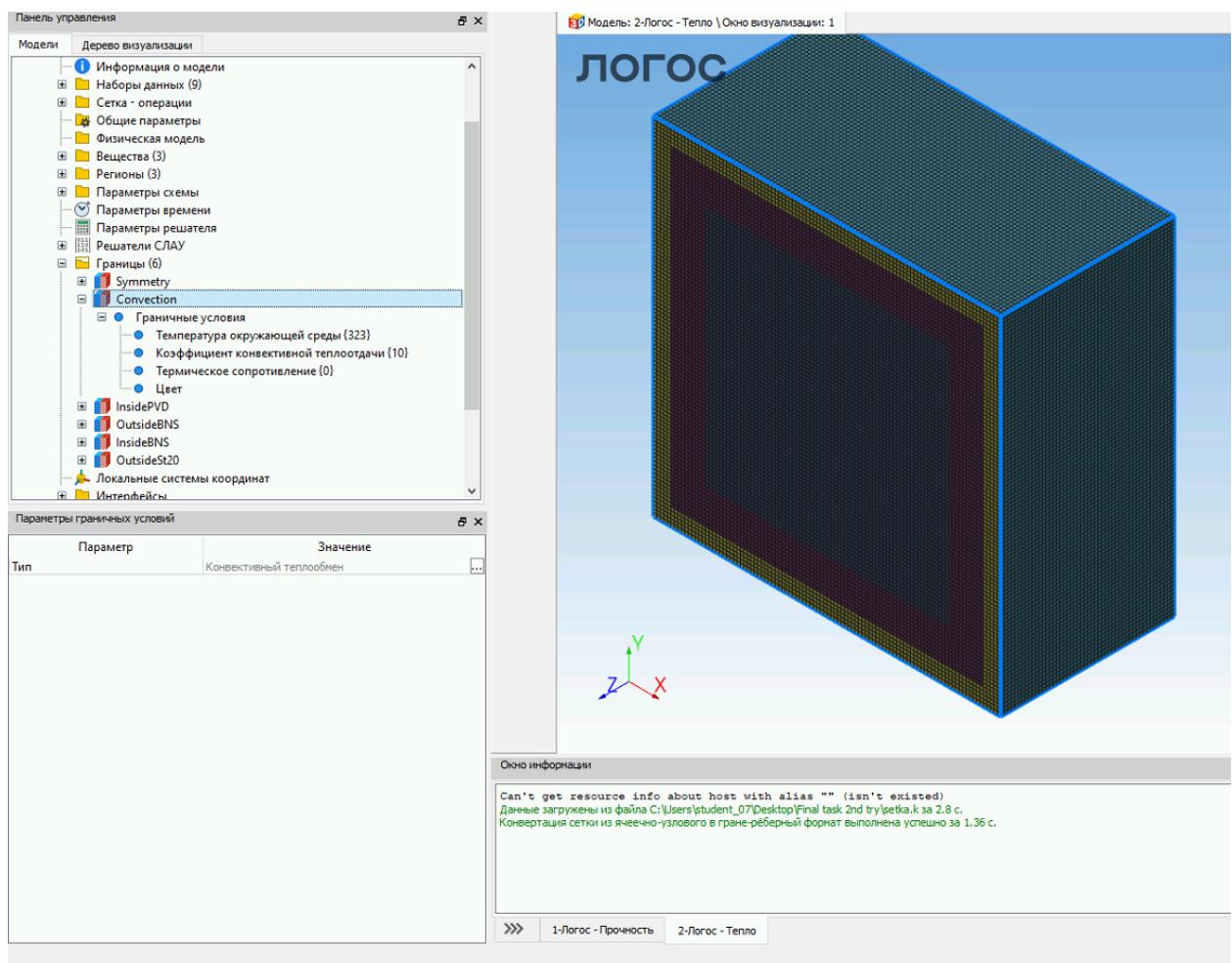


Рис. 33. Границные условия грани Convection

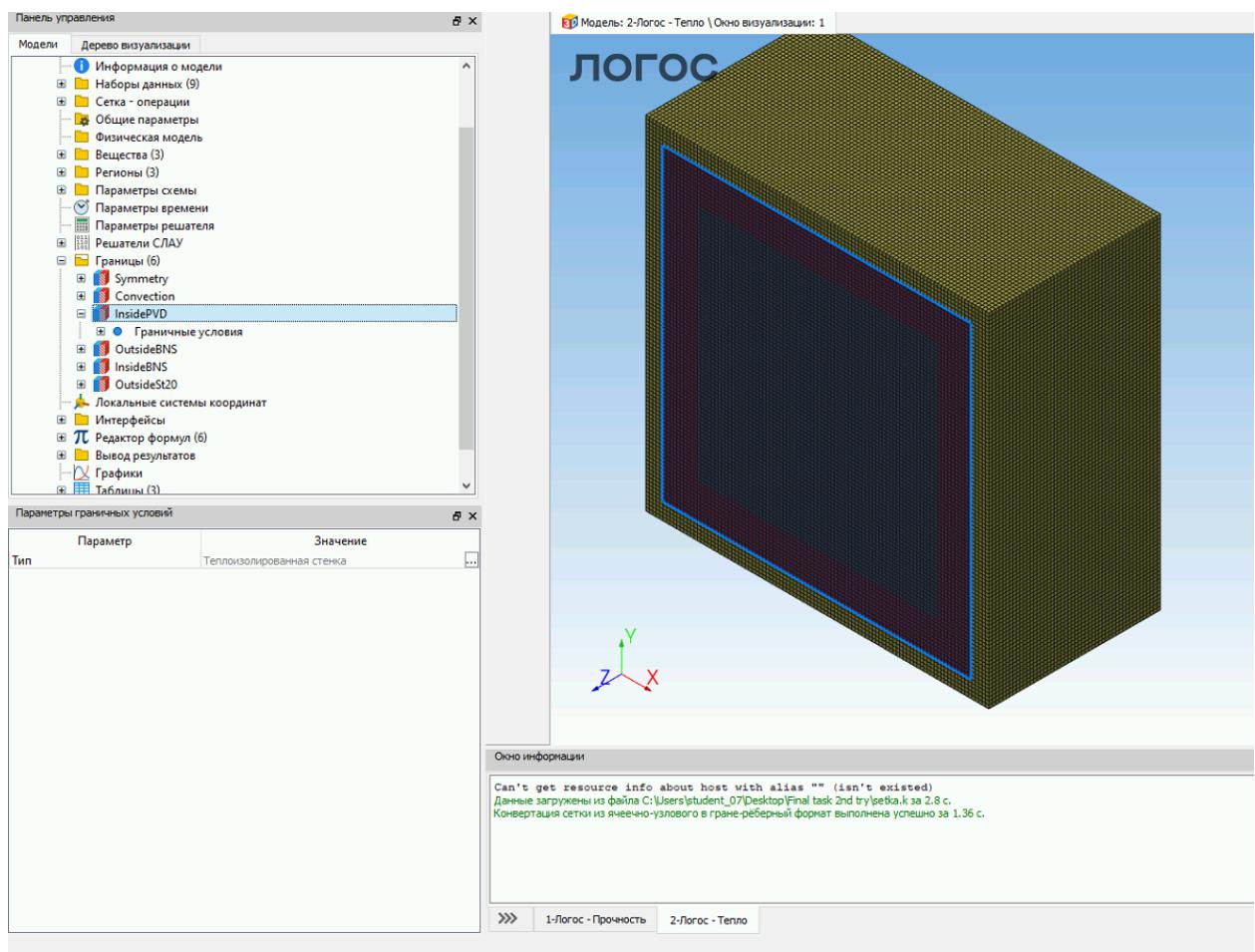


Рис. 34. Граничные условия грани InsidePVD

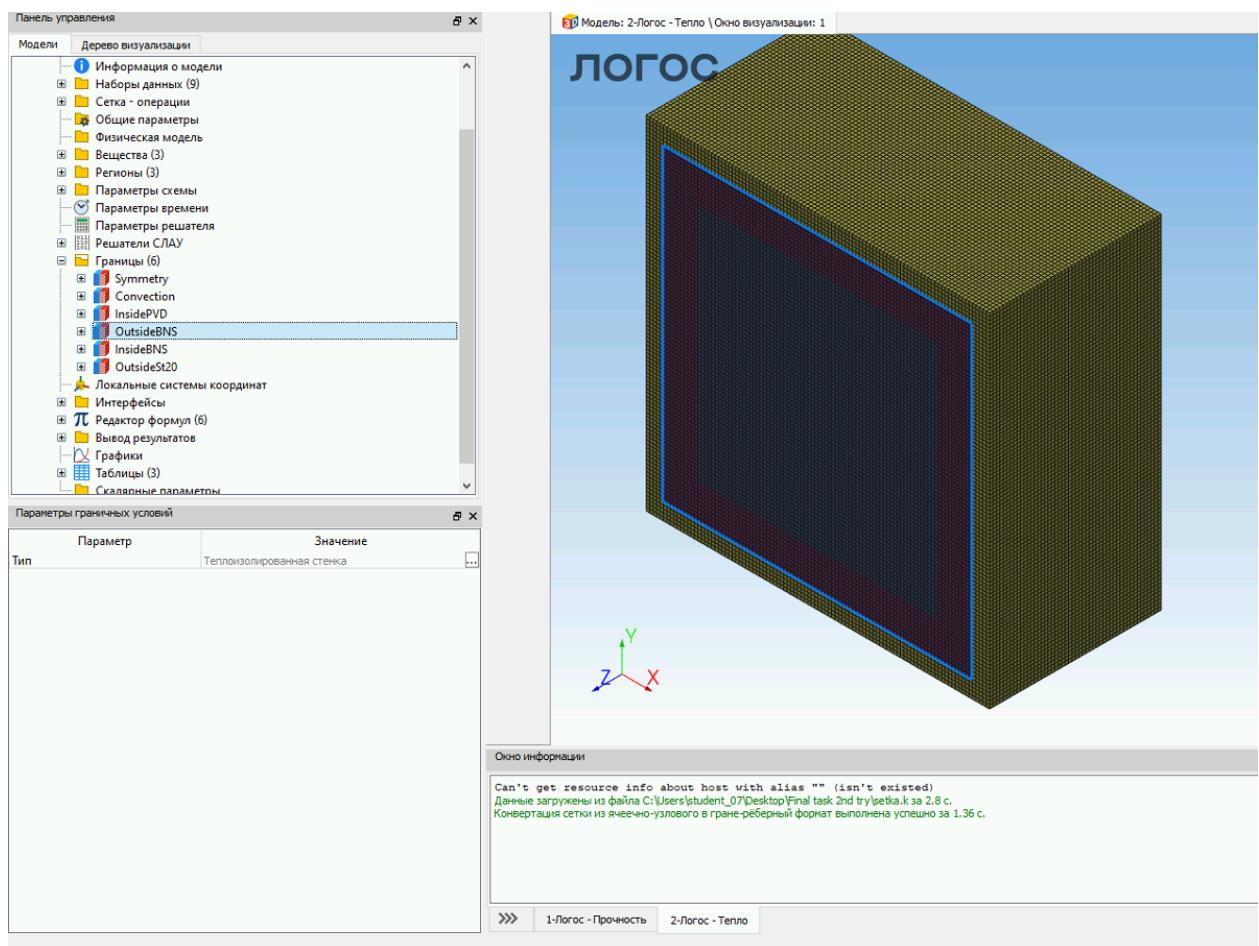


Рис. 35. Граничные условия грани OutsideBNS

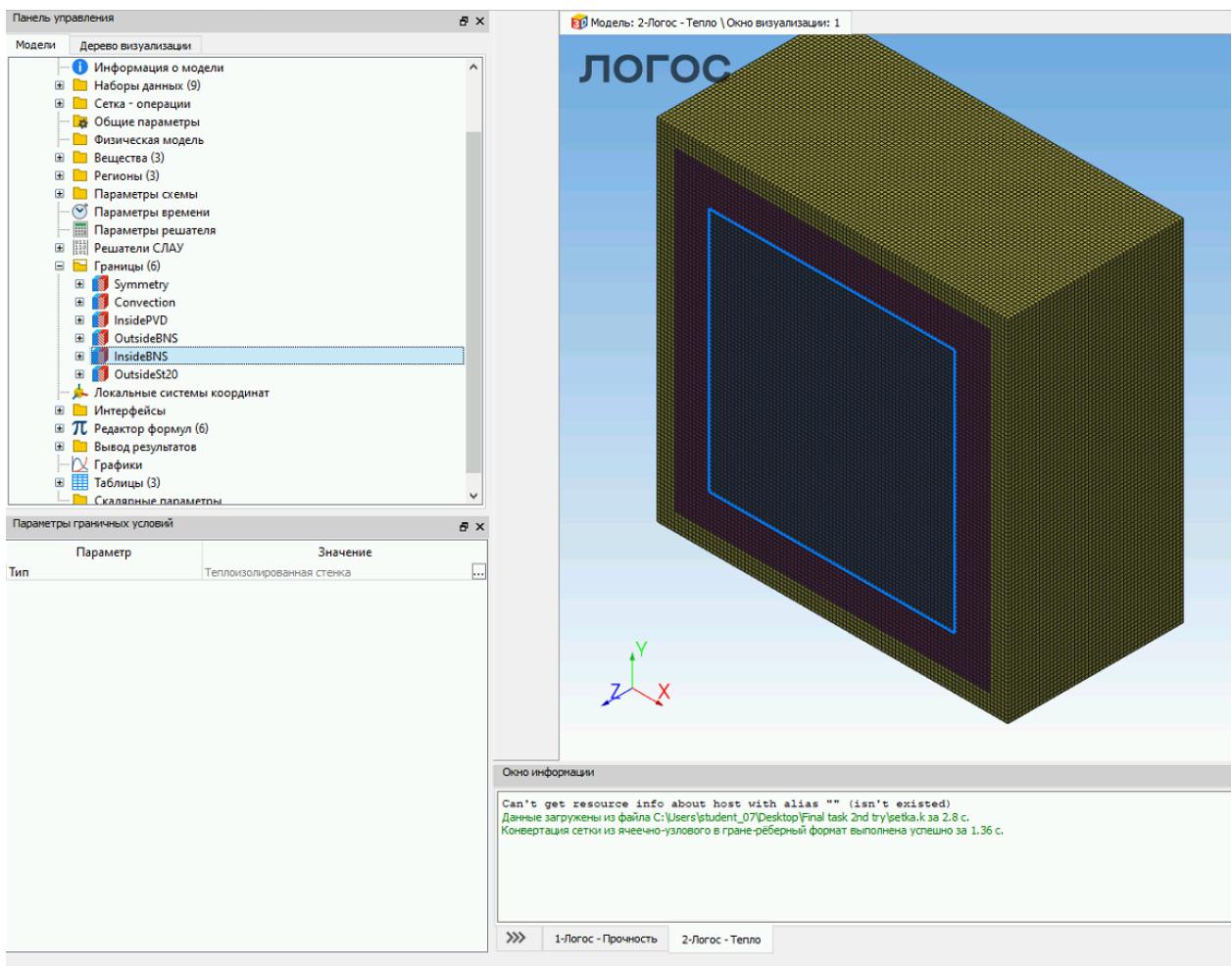


Рис. 36. Граничные условия грани InsideBNS

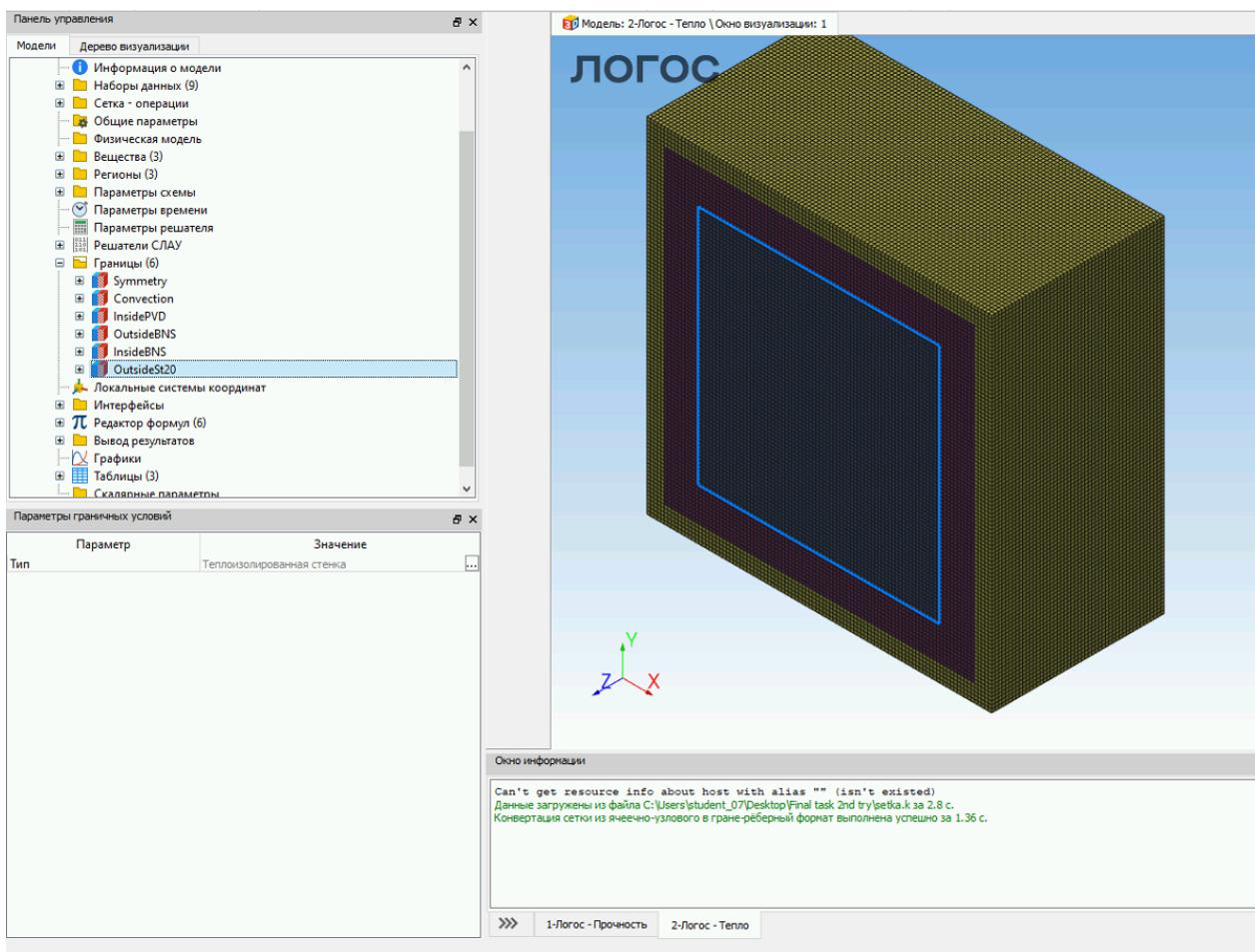


Рис. 37. Границочные условия грани OutsideSt20

25. Затем вручную задаются интерфейсы между кубами. Максимальный зазор задается в соответствии с величиной сетки.

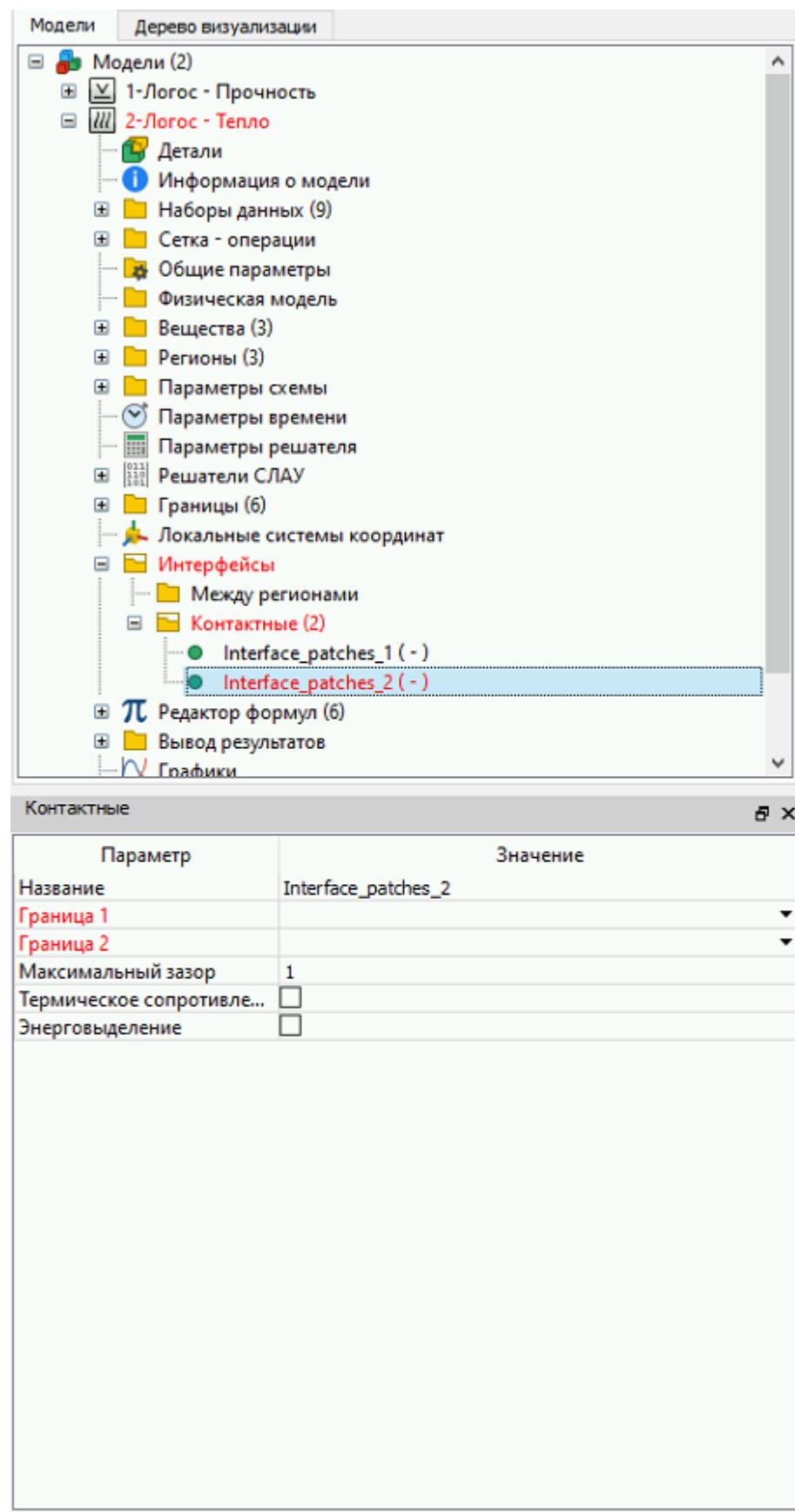


Рис. 38. Создание контактных интерфейсов

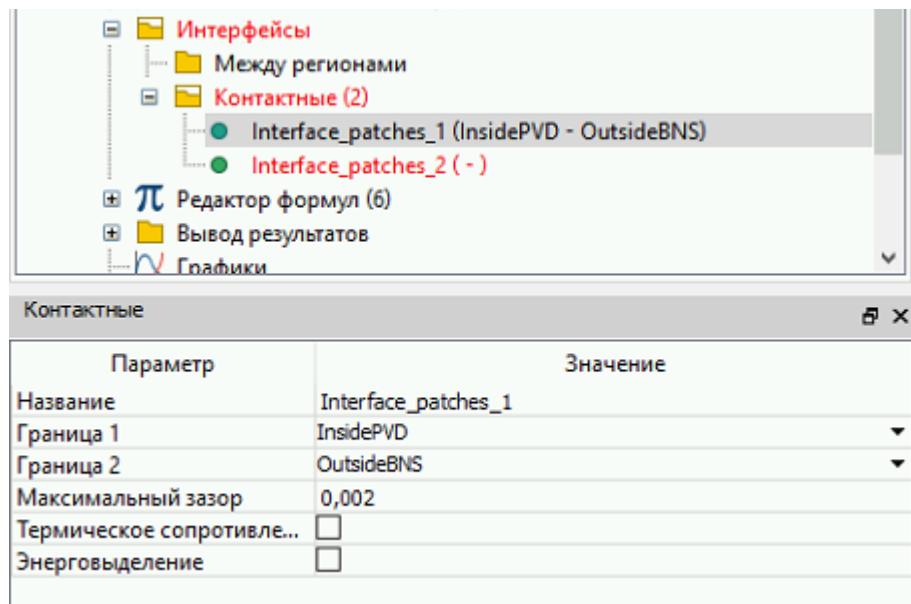


Рис. 39. Интерфейс между InsidePVD и OutsideBNS

26. Результат создания. Between BNS and PVD – интерфейс на границе среднего и большого куба. Between St20 and BNS – интерфейс на границе маленького и среднего куба.

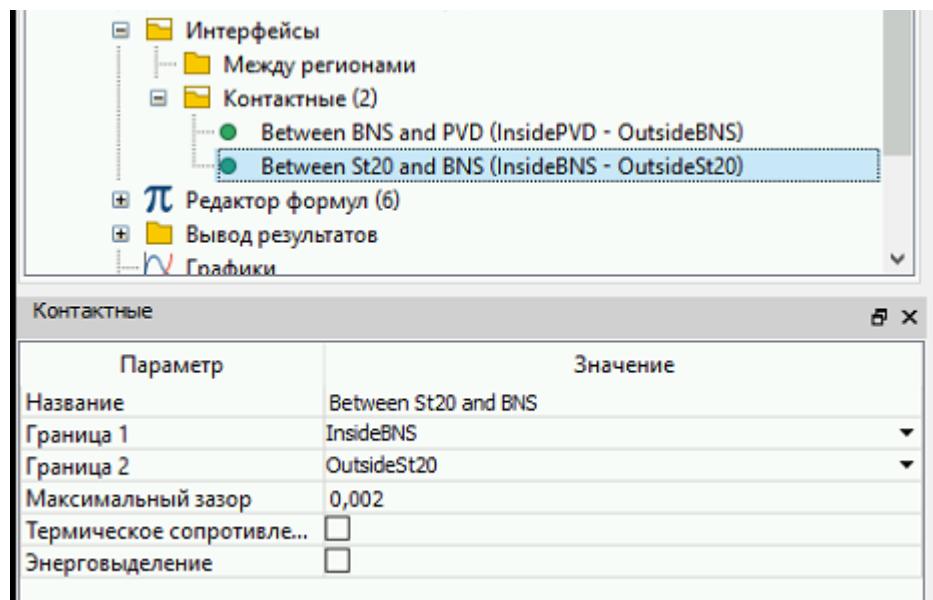


Рис. 40. Результат создания интерфейсов

27. Для отображения необходимой информации, созданы поля на гранях.

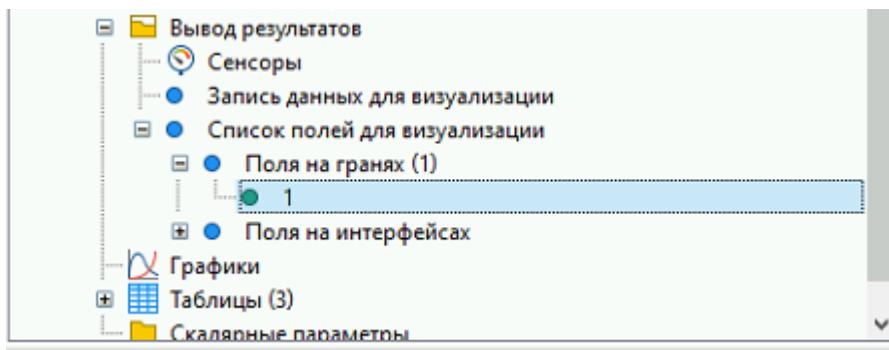


Рис. 41. Создание полей на гранях

28. Были выбраны все грани для отображения.

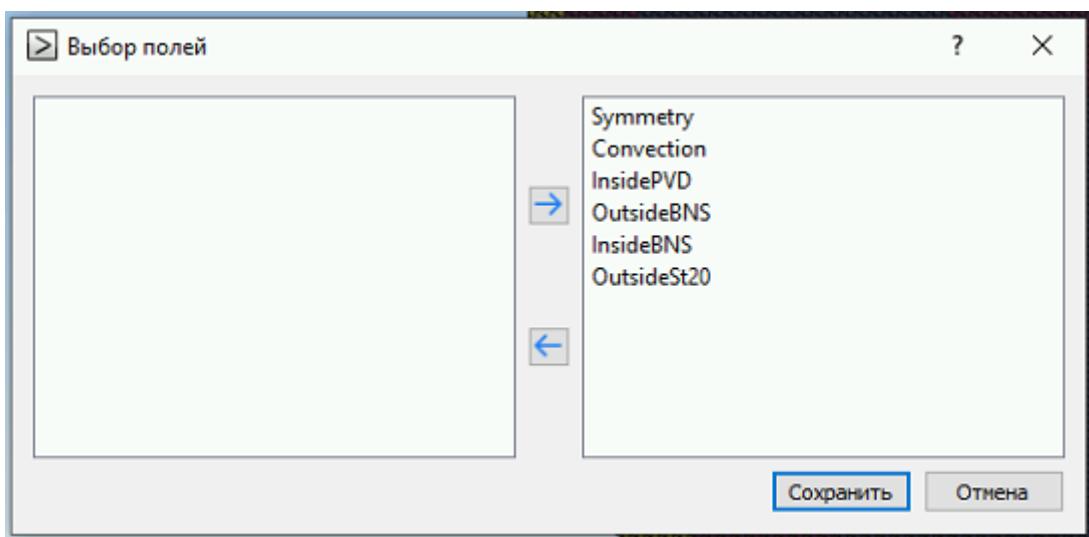


Рис. 42. Добавление всех граней для отображения

29. Были также выбраны все характеристики для отображения.

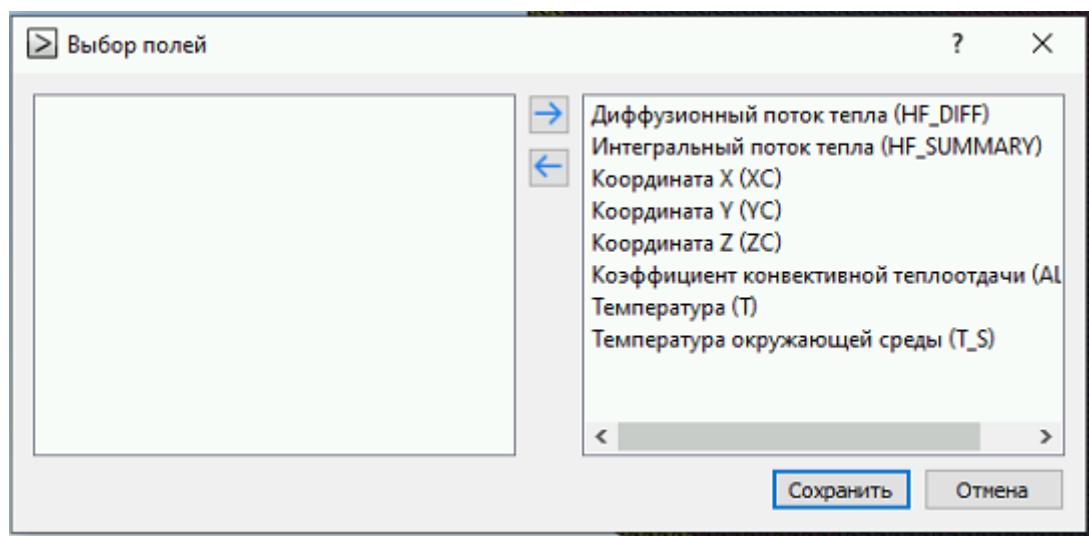


Рис. 43. Добавление всех характеристик для отображения

30. В итоге было получено решение.

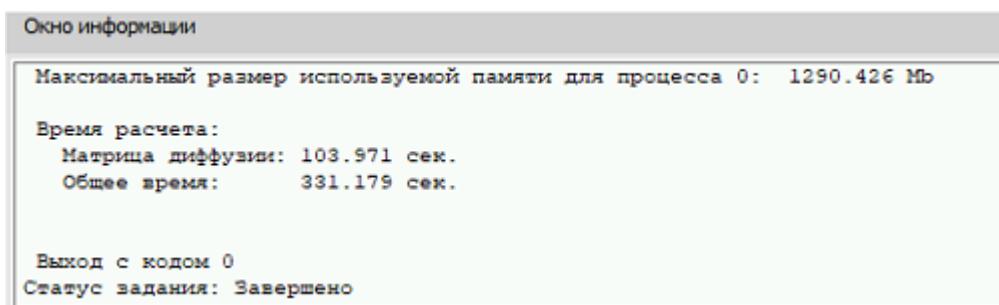


Рис. 44. Сообщение о завершении расчета

31. Ниже представлены результаты. Показаны зависимости температуры от времени в различных материалах. Сначала идет зависимость, затем расположение точки. Первая точка расположена внутри источника тепловыделения, вторая точка внутри БНС, третья точка внутри полиэтилена ВД.

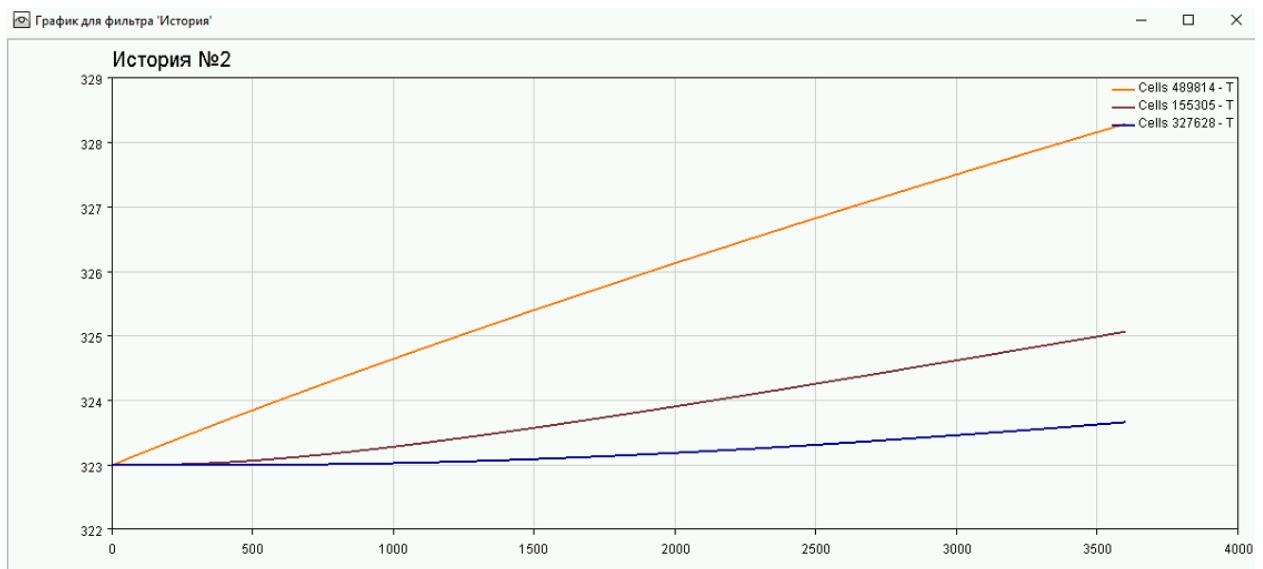


Рис. 45. График зависимости температур от времени

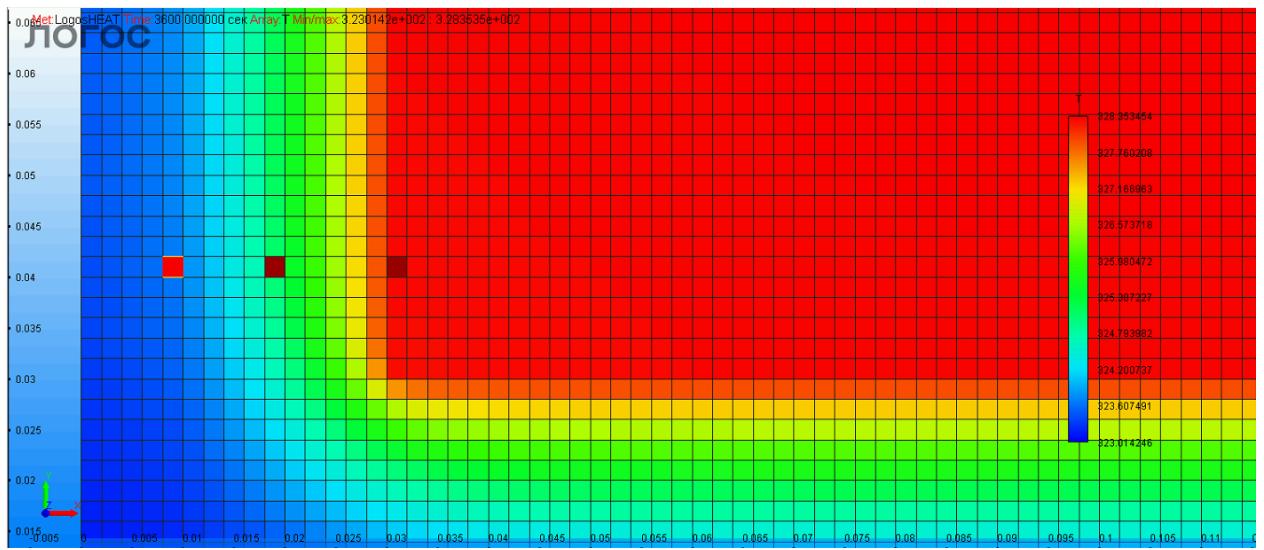


Рис. 46. Расположение точек

32. На следующем скрине представлен расчет среднего по площади диффузионного потока и его отображение на модели.

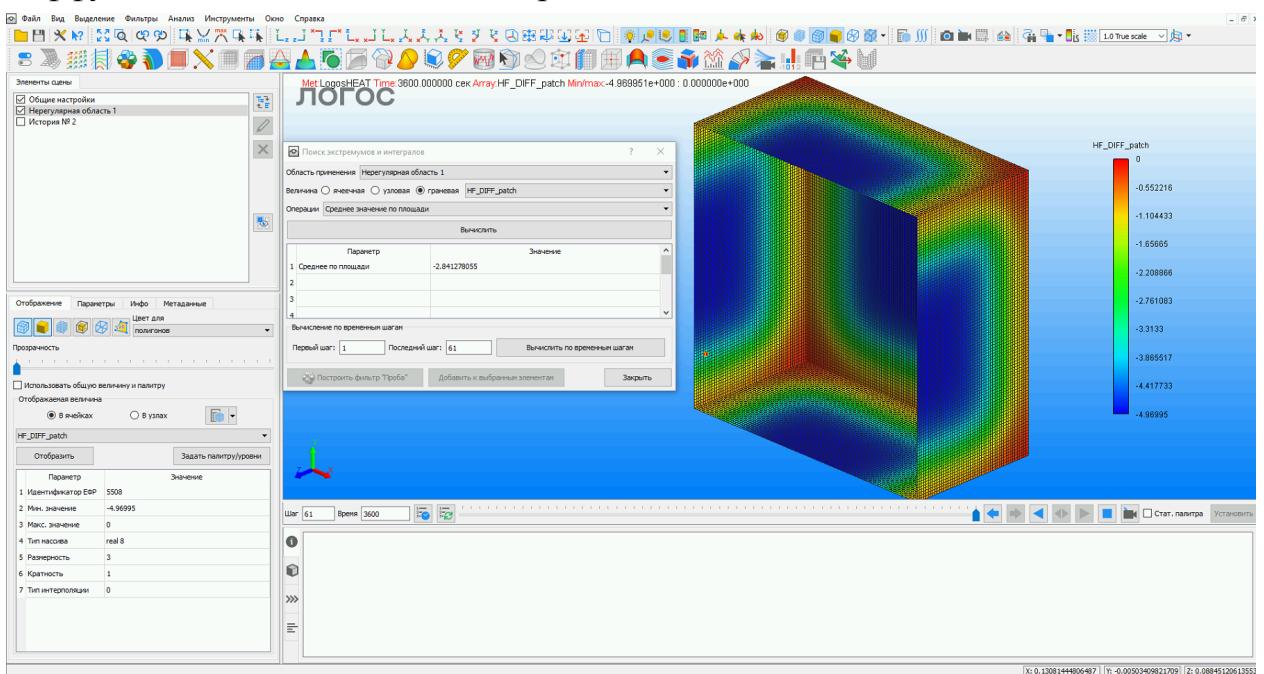


Рис. 47. Средней по площади диффузионный поток

33. Далее представлены изотермические поверхности и изотермические линии на внешней грани (грань Convection) в моменты времени 900, 1800 и 3600 с соответственно.

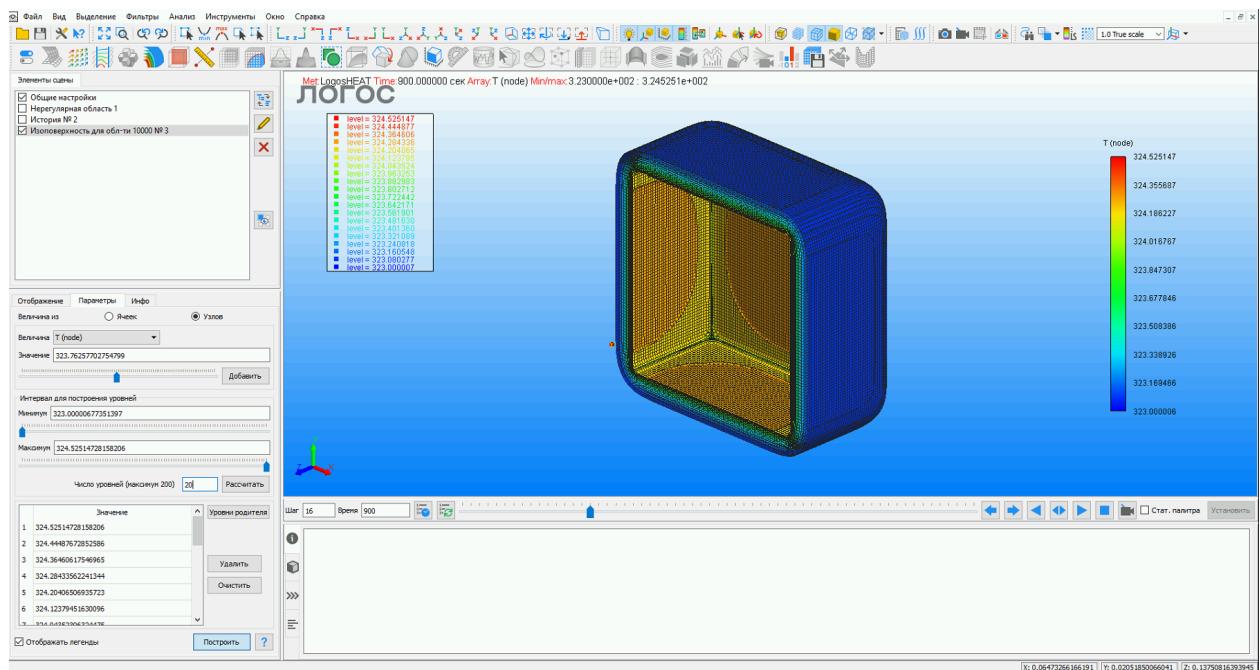


Рис. 48. Изотермические поверхности в момент времени 900 с

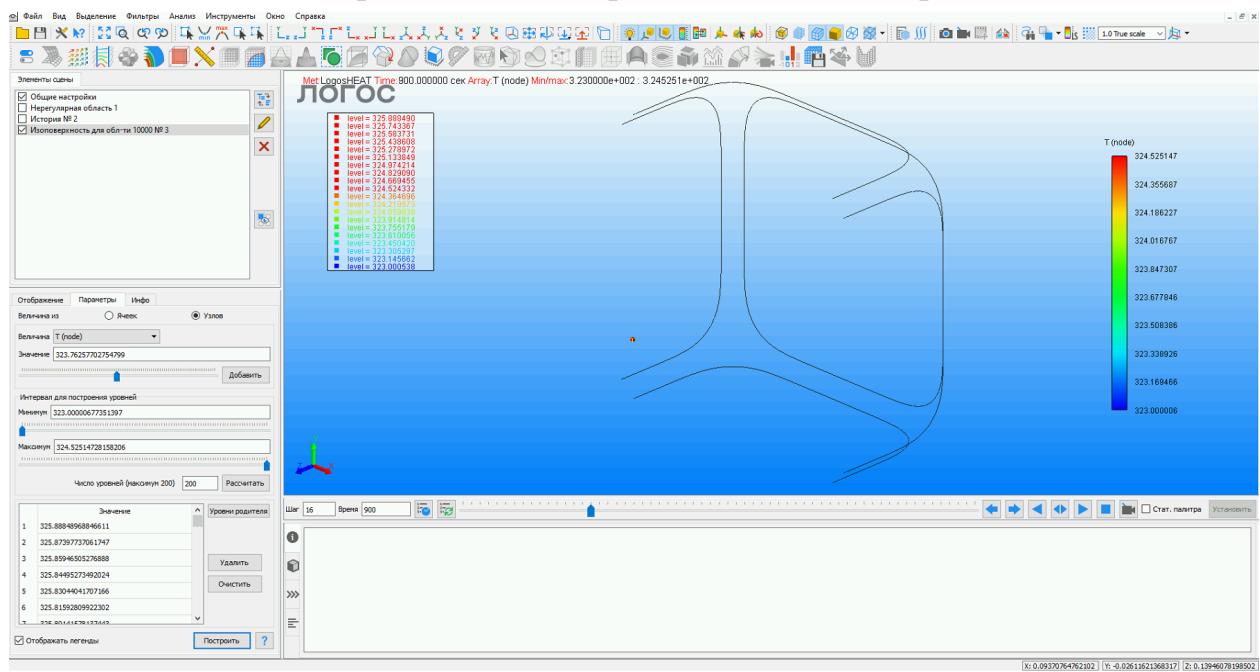


Рис. 49. Изотермические линии в момент времени 900 с

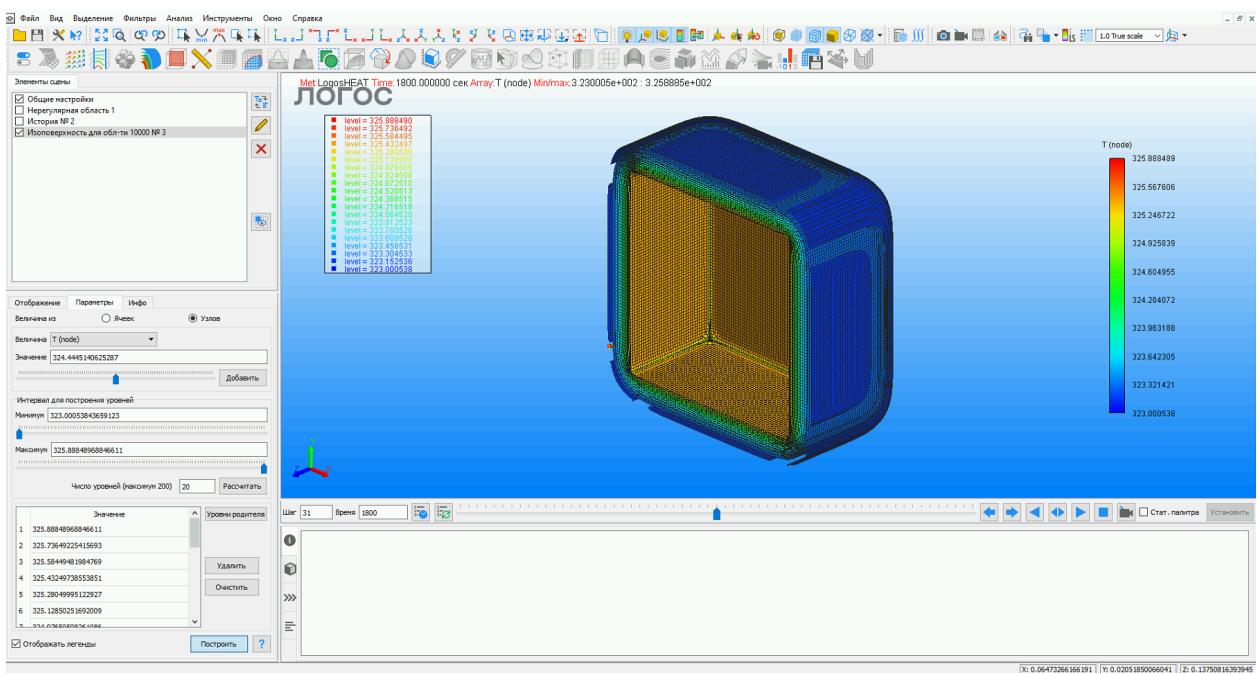


Рис. 50. Изотермические поверхности в момент времени 1800 с

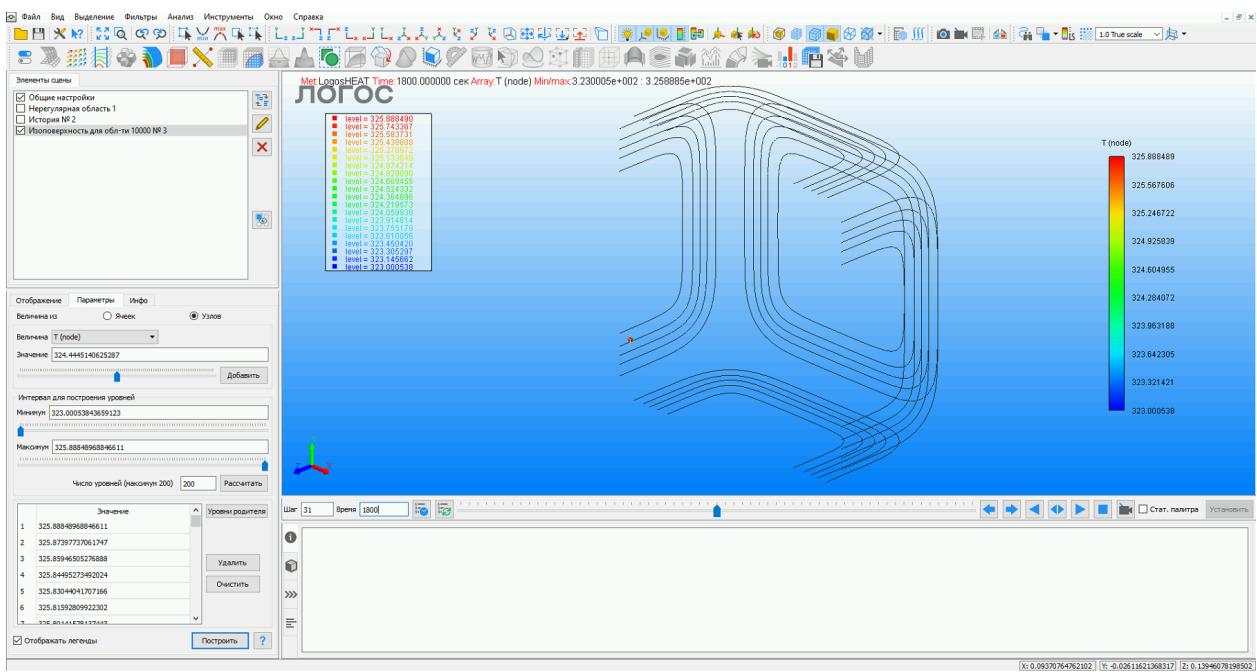


Рис. 51. Изотермические линии в момент времени 1800 с

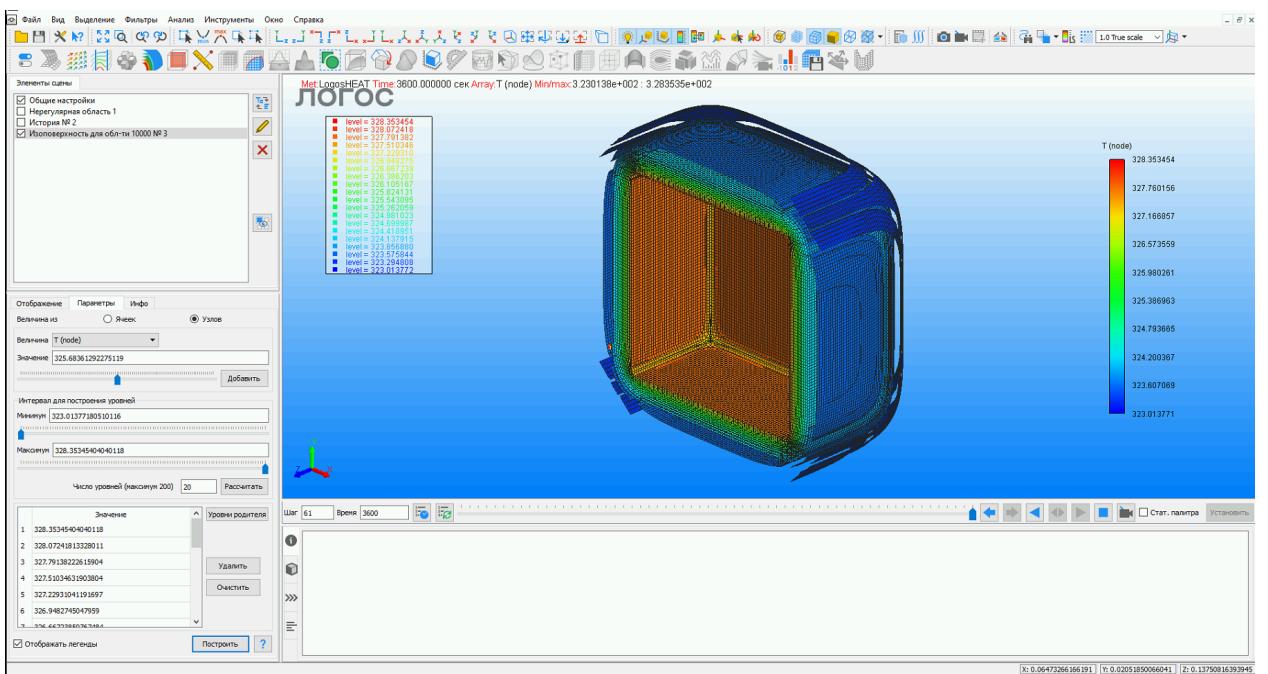


Рис. 52. Изотермические поверхности в момент времени 3600 с

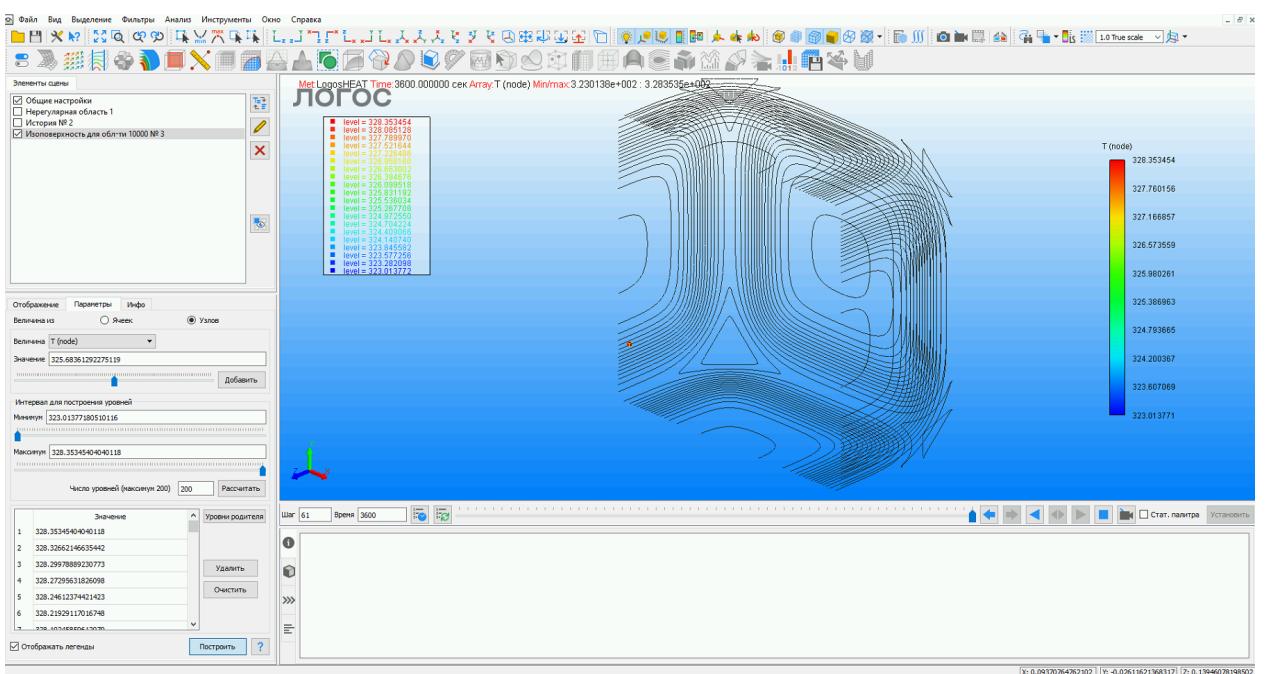


Рис. 53. Изотермические линии в момент времени 3600 с

Дополнительно был произведен стационарный расчет.

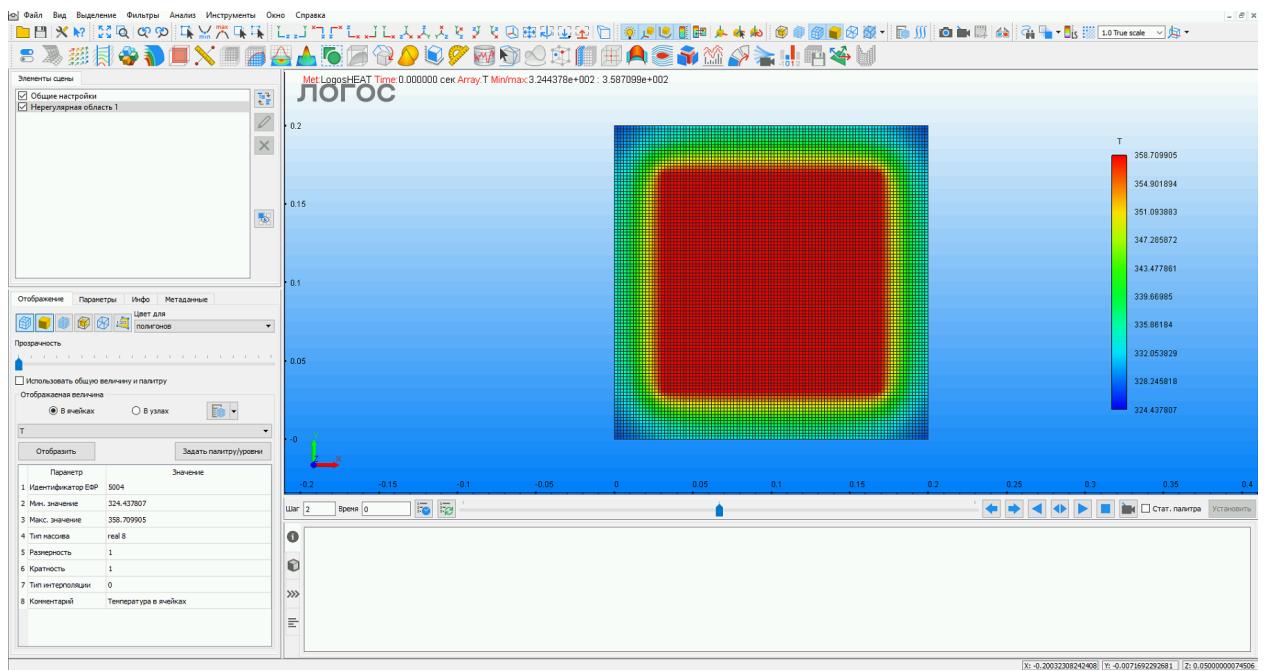


Рис. 54. Результаты стационарного расчета

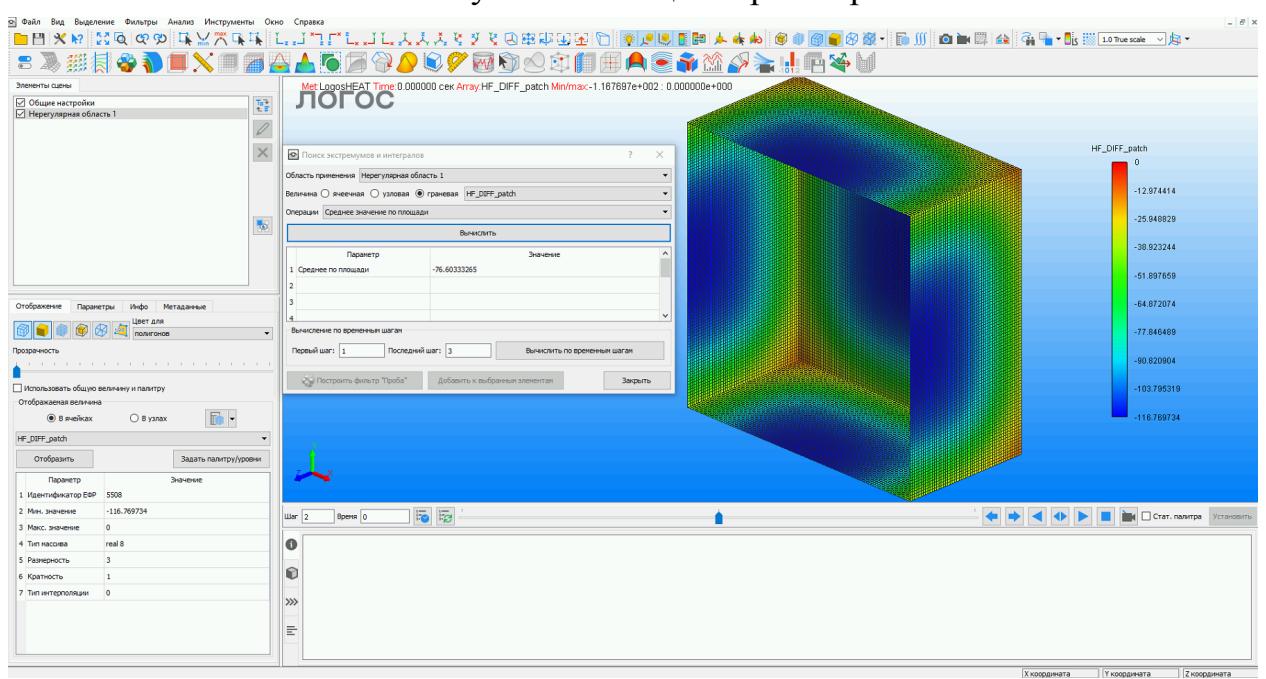


Рис. 55. Среднее значение теплового потока по площади

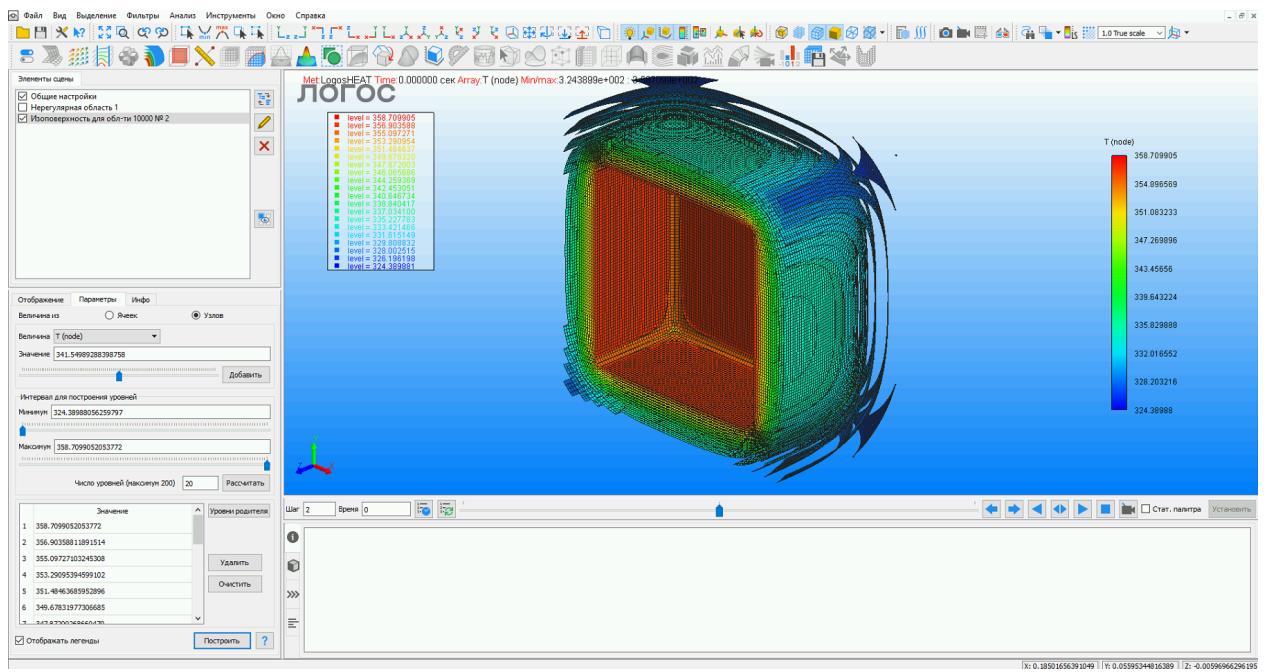


Рис. 56. Изотермические поверхности при стационарном расчете

Так как в результате был получен процесс нагрева контейнера, а изначально в постановке говорится об остывании, была изменена температура источника энерговыделения в начальный момент времени.

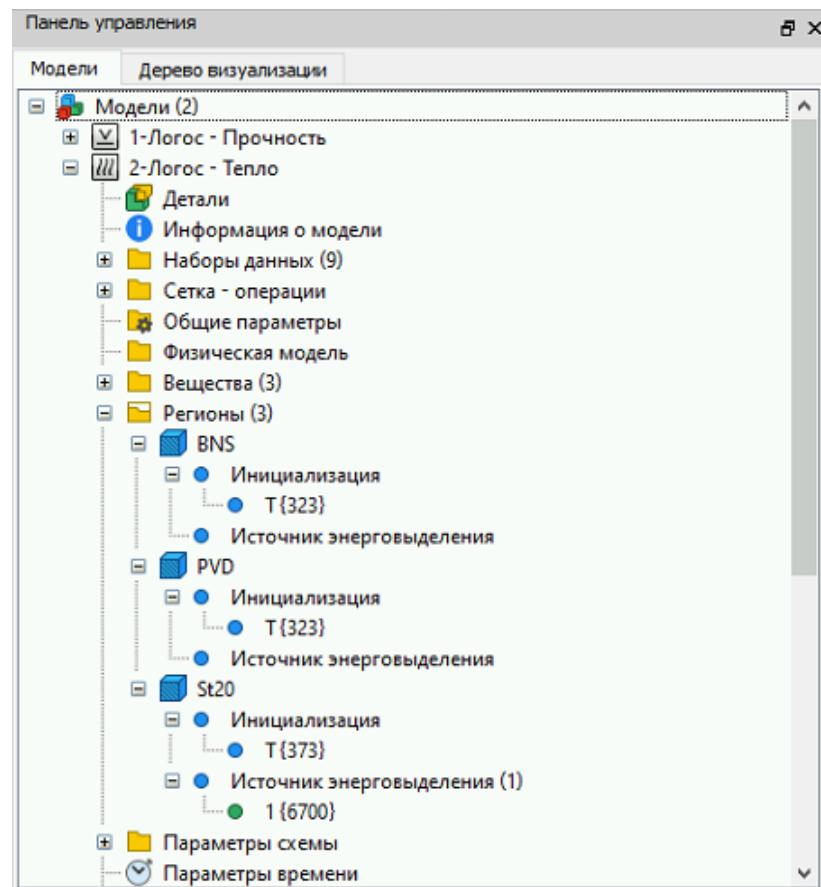


Рис. 57. Параметры регионов

В результате были получены следующие зависимости.

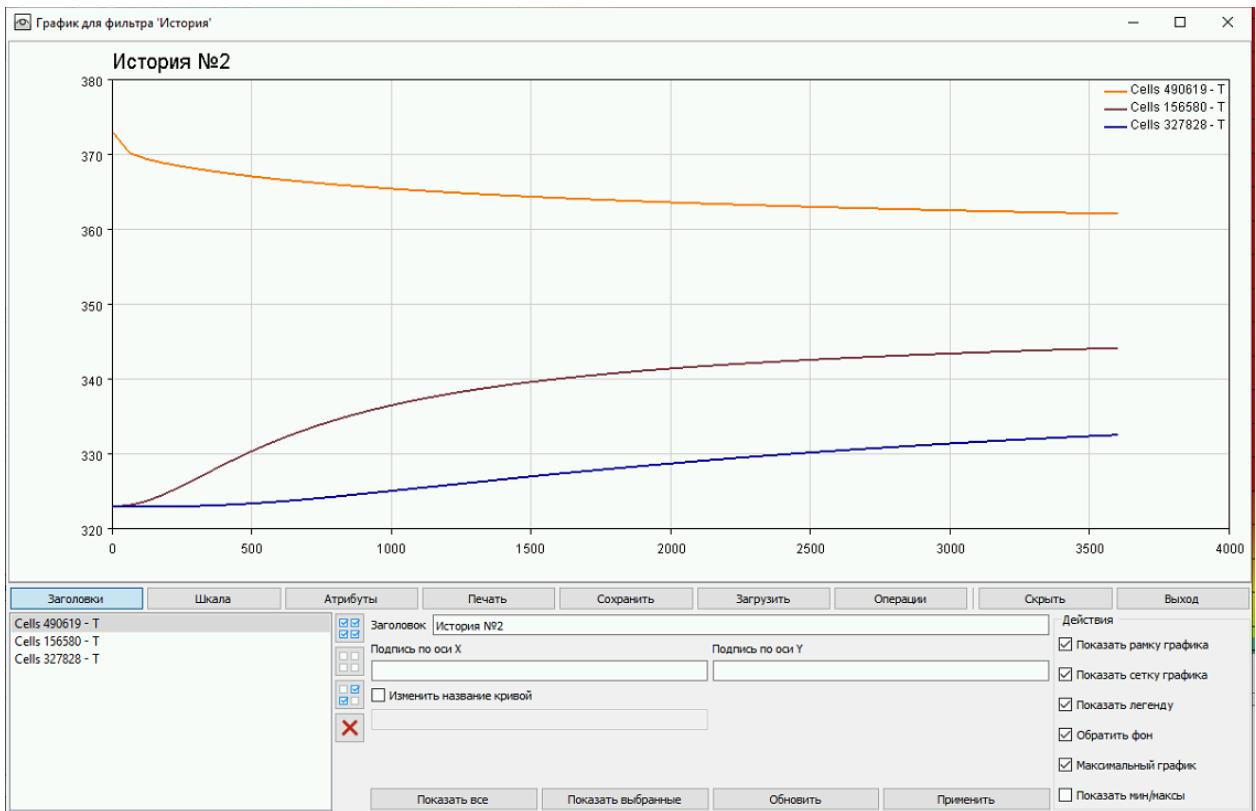


Рис. 58. График зависимости температур от времени

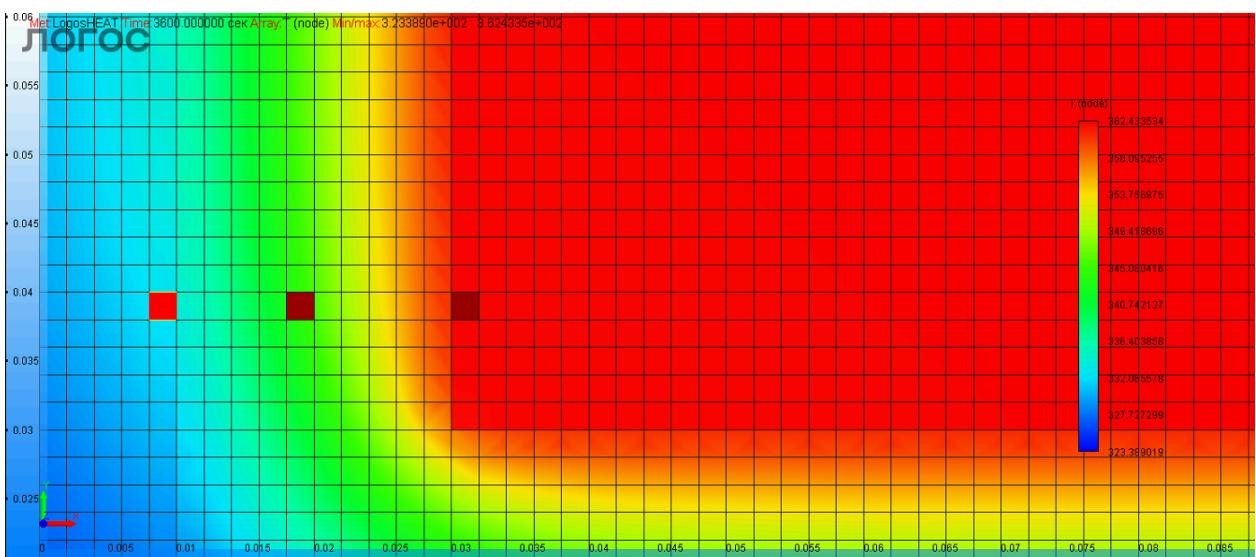


Рис. 59. Расположение точек

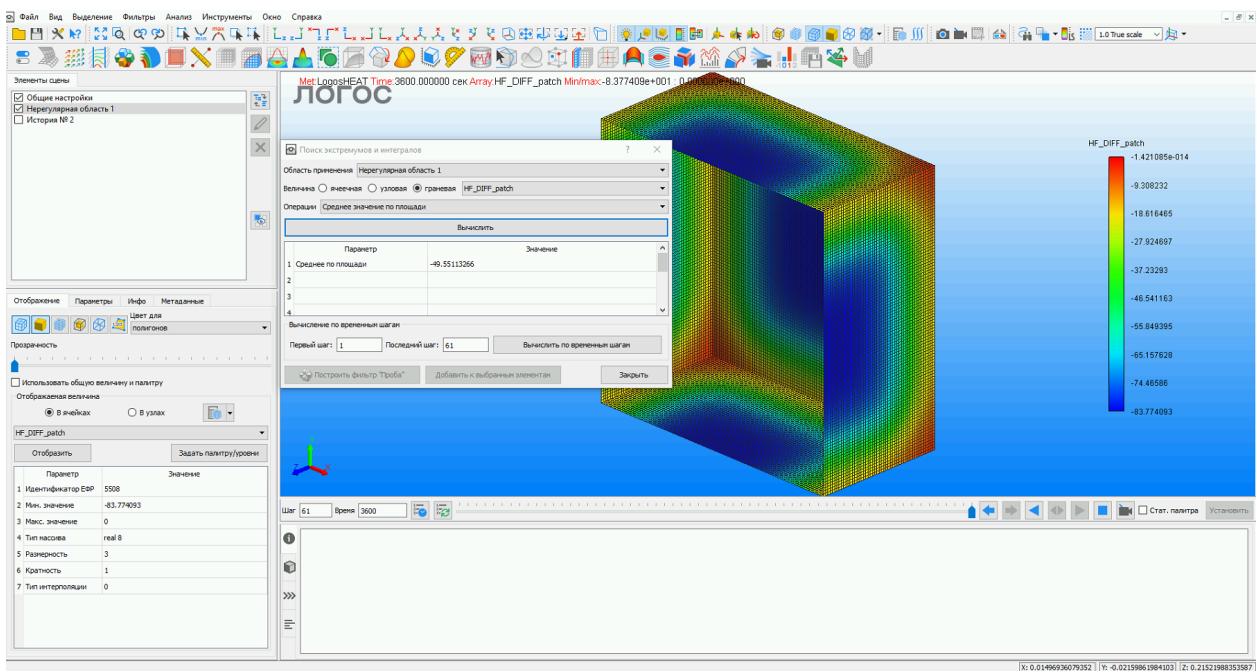


Рис. 60. Средней по площади диффузионный поток

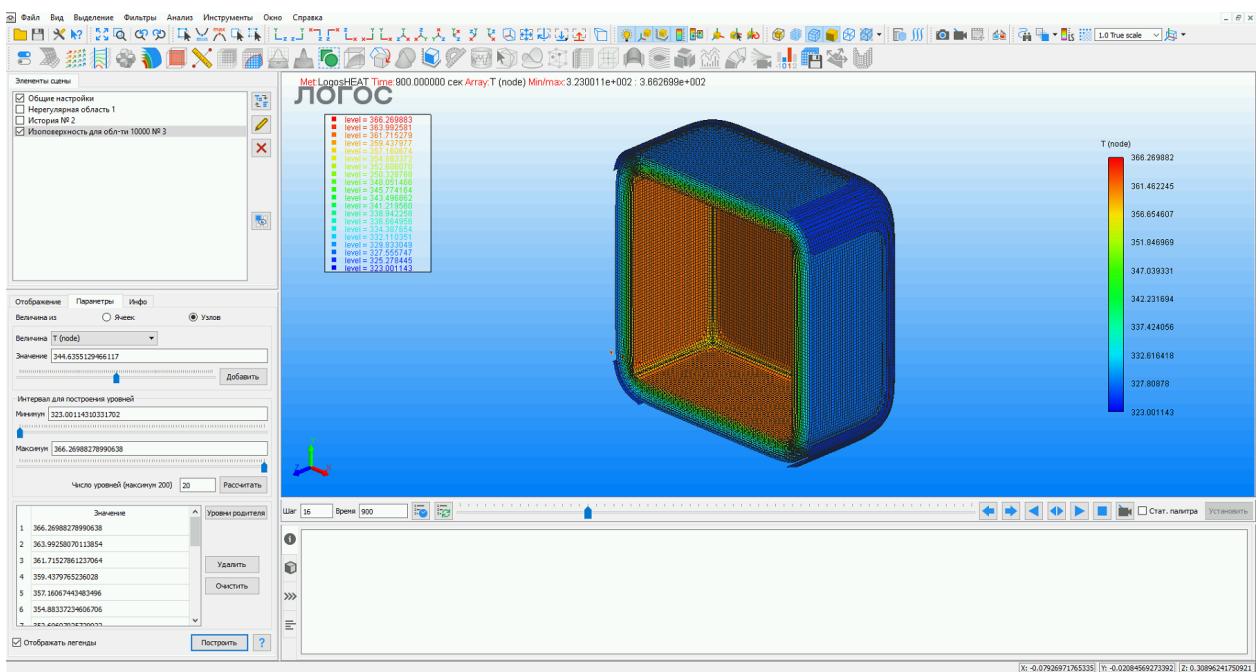


Рис. 61. Изотермические поверхности в момент времени 900 с

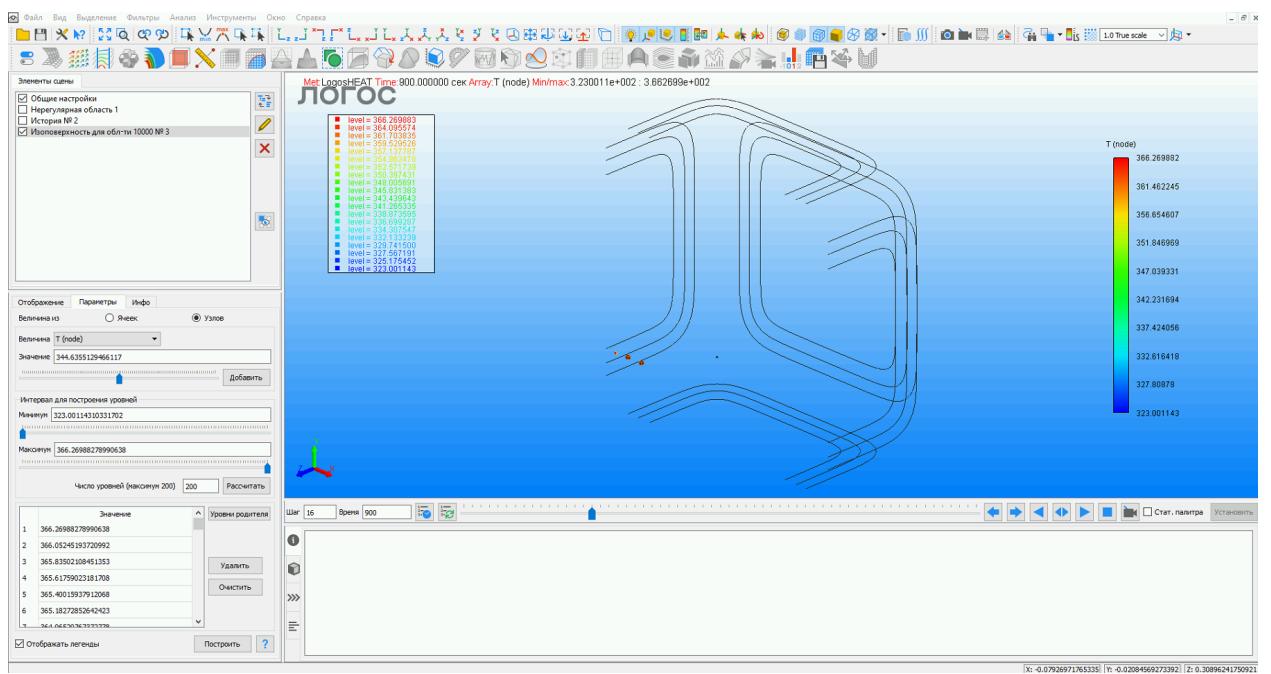


Рис. 62. Изотермические линии в момент времени 900 с

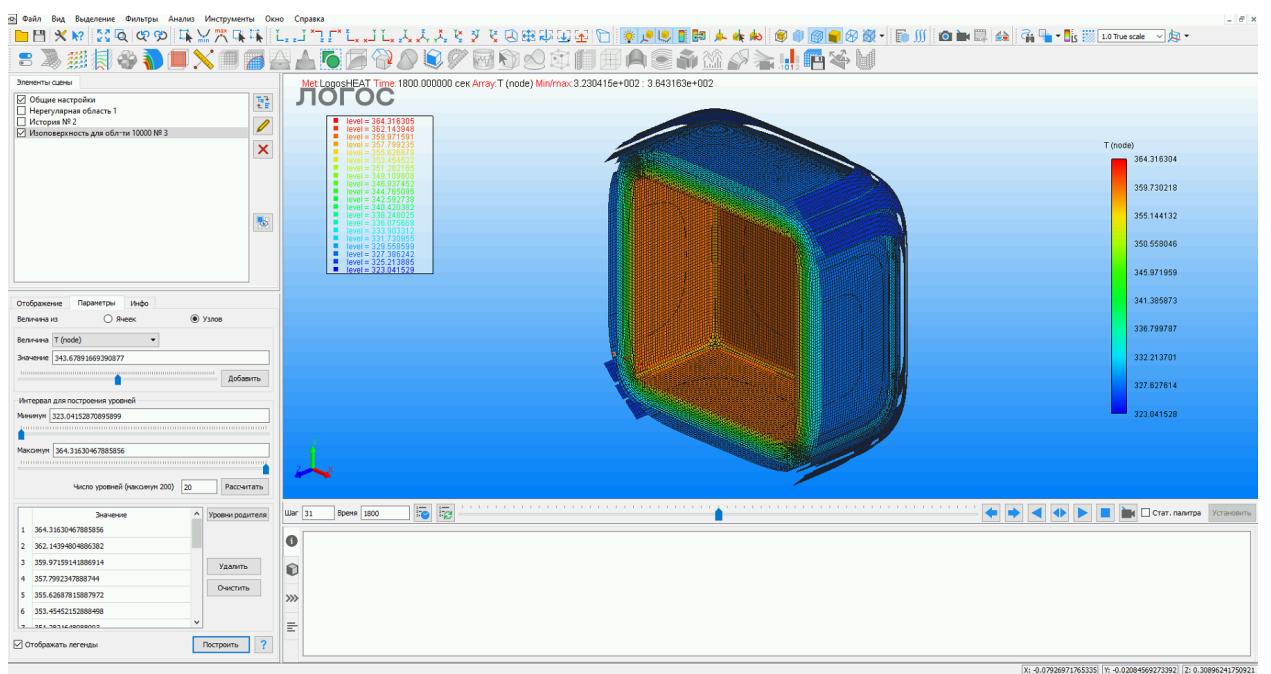


Рис. 63. Изотермические поверхности в момент времени 1800 с

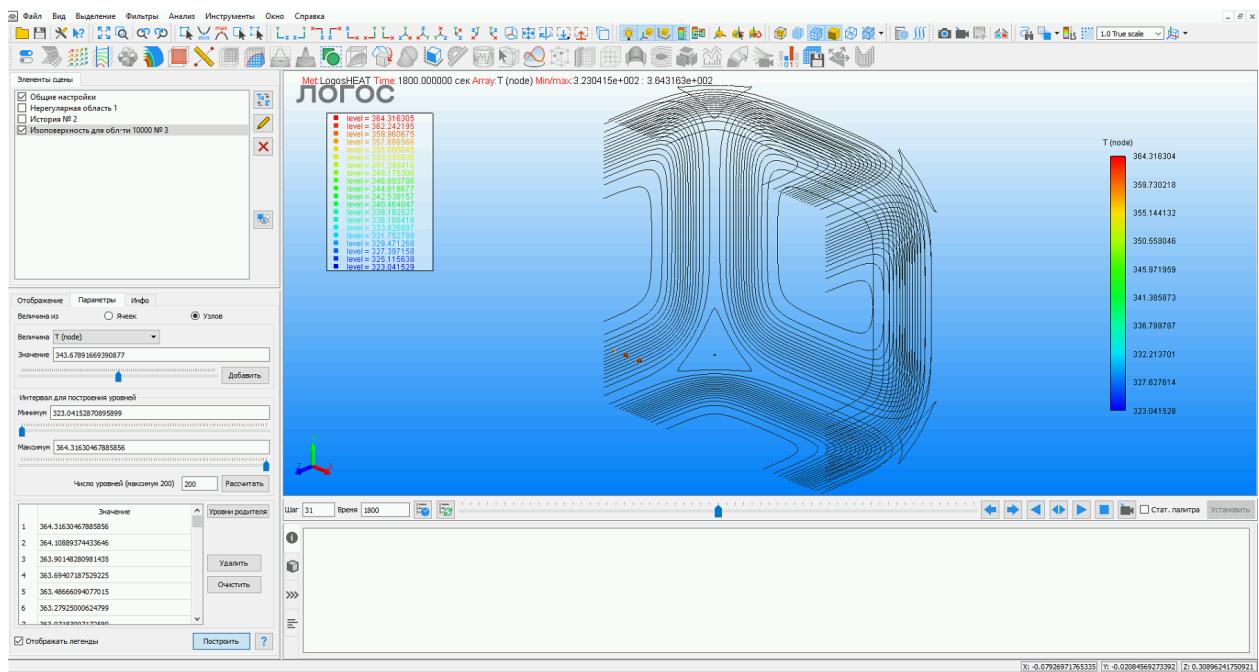


Рис. 64. Изотермические линии в момент времени 1800 с

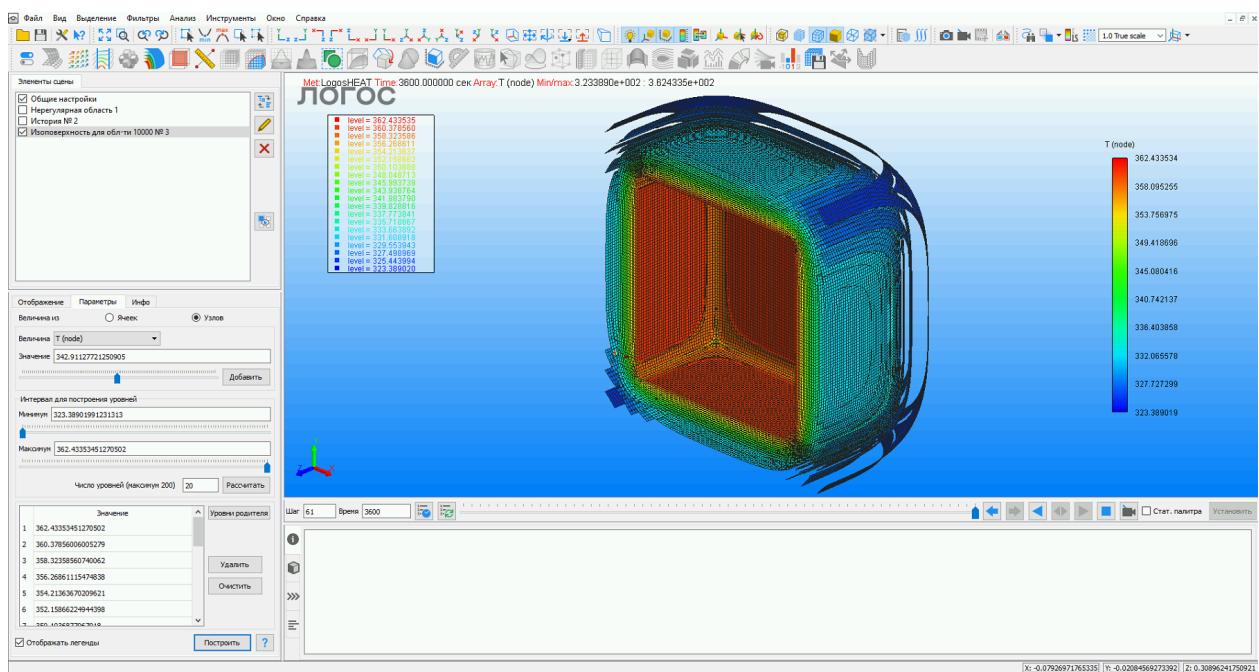


Рис. 65. Изотермические поверхности в момент времени 3600 с

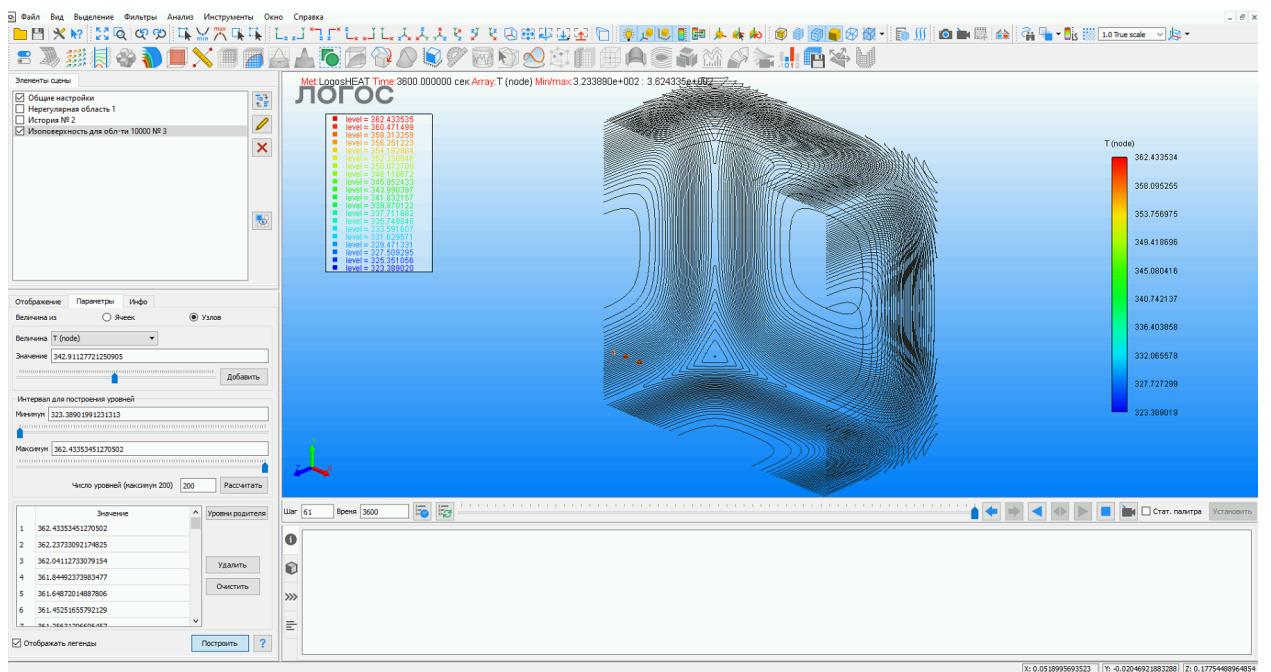


Рис. 66. Изотермические линии в момент времени 3600 с

## Заключение

В результате была рассчитана нестационарная задача теплопроводности при различных начальных условиях источника тепловыделения. Также была решена стационарная задача, для определения максимальной температуры внутри источника и на поверхности тела. Были построены изотермические поверхности и линии для различных моментов времени. Также были построены зависимости температуры от времени.

Стоит отметить, что в работе использовалась достаточно мелкая сетка (размер 0,002 м), что замедлило решение задачи, но дало более подробный результат. В целом можно использовать и более грубую сетку для ускорения расчета, при этом точность решения будет оставаться приемлемой.

В итоге по результатам расчетов можно делать выводы об эффективности изоляции, о том необходима ли оптимизация конструкции контейнера.

Спасибо за внимание!